

2. Übungsblatt zur Vorlesung  
**Theoretische Physik I (Mechanik)**  
im Wintersemester 2006/07

**Aufgabe 3: Gravitationsfeld der Erde** (7 Punkte)

Über welche Entfernungen in a) vertikaler und b) horizontaler Richtung kann das Gravitationsfeld der Erde mit einer Genauigkeit von 1% als homogen angenommen werden?

Man berechne dazu

$$\frac{|\mathbf{G}(\mathbf{r} + \mathbf{h}) - \mathbf{G}(\mathbf{r})|}{|\mathbf{G}(\mathbf{r})|}$$

in linearer Näherung, einmal für vertikale Vektoren,  $\mathbf{h} \parallel \mathbf{r}$ , und dann für horizontale Vektoren,  $\mathbf{h} \perp \mathbf{r}$ . Dabei verwende man

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}) = \text{const.} \frac{\mathbf{r}}{r^3}.$$

Der Erdradius ist durch  $r = |\mathbf{r}| = 6370$  km gegeben.

**Aufgabe 4: Nichtkonservatives Vektorfeld** (7 Punkte)

Betrachten Sie das Vektorfeld

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{B}{\rho^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

wobei  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  und  $B$  eine Konstante ist.<sup>1</sup>

- Zeigen Sie, daß in jedem Gebiet der Ebene, das den Ursprung nicht enthält  $\nabla \times \mathbf{F} = \mathbf{0}$  ist. Was gilt am Ursprung?
- Berechnen Sie  $\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$  entlang eines Kreises mit Radius  $R$  in der  $x$ - $y$ -Ebene. Was folgt aus dem Ergebnis?

---

<sup>1</sup>Das Vektorfeld beschreibt das Magnetfeld um einen geraden, stromdurchflossenen Leiter, siehe Vorlesung Theoretische Physik II.

- c) In welchen Bereichen der  $x$ - $y$ -Ebene läßt sich für  $\mathbf{F}$  ein Potential angeben? Wie lautet dieses explizit?

**Aufgabe 5: Alternative Mechanik** (8 Punkte)

Gemäß welcher Funktion  $x(t)$  würde ein Körper fallen, wenn – wie Galilei ursprünglich (und irrtümlich) annahm – nicht die Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit, sondern diejenige nach dem Weg (in diesem Fall die Höhe) konstant wäre?

Diskutieren Sie ausführlich, ob eine solche Funktion physikalisch sinnvoll sein könnte. Interpretieren Sie die Integrationskonstanten.

**Aufgabe 6: Eindimensionale Bewegungsgleichungen** (8 Punkte)

Betrachten Sie die eindimensionale Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} = -Ax^{k-1}$$

im Gebiet  $x > 0$ , wobei  $A > 0$ , und  $k \leq 0$ . Berechnen Sie die Kollapszeit  $T = T(x_0)$ , nach der ein Teilchen mit Anfangsort  $x(0) = x_0$  und Anfangsgeschwindigkeit  $\dot{x}(0) = 0$  den Ursprung  $x(T) = 0$  erreicht.

Es ergibt sich ein Gesetz der Form

$$T(x_0) = C(k) \sqrt{\frac{m}{A}} x_0^{1-\frac{k}{2}}.$$

- a) Wie läßt sich diese Abhängigkeit ohne explizite Lösung der Differentialgleichung unter Zuhilfenahme von Skalentransformationen  $t \rightarrow t' = \alpha t$ ,  $x \rightarrow x' = \beta x$  oder Dimensionsbetrachtungen zeigen?
- b) Betrachten Sie die eindimensionale Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} = -\frac{dV}{dx}$$

in der Nähe eines stabilen Gleichgewichtspunktes  $x_0$  von  $V$  ( $\frac{d^2V}{dx^2}(x_0) > 0$ ). Welchen Wert hat in der harmonischen Näherung die Periode  $T$  der Bewegung?

Abgabe: Di, 1.11.2006