

10. Übungsblatt zur Quantenmechanik II Wintersemester 2008/09

Aufgabe 24 (Gesamtdrehimpuls)

(3 Punkte)

Zeigen Sie durch explizite Berechnung des Kommutators, dass der Gesamtdrehimpuls

$$\mathbf{J} = \mathbf{x} \times \mathbf{p} + \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\Sigma}$$

mit dem Dirac-Hamilton-Operator für ein Zentralpotential

$$H = c \left(\sum_{k=1}^3 \alpha^k p^k + \beta mc \right) + e\Phi(|\mathbf{x}|)$$

kommutiert.

Aufgabe 25 (Addition von Drehimpulsen)

(7 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Zustände

$$|l + 1/2, m_j, l\rangle = \sqrt{\frac{l + m_j + 1/2}{2l + 1}} |l, m_j - 1/2\rangle |\uparrow\rangle + \sqrt{\frac{l - m_j + 1/2}{2l + 1}} |l, m_j + 1/2\rangle |\downarrow\rangle$$

und

$$|l - 1/2, m_j, l\rangle = -\sqrt{\frac{l - m_j + 1/2}{2l + 1}} |l, m_j - 1/2\rangle |\uparrow\rangle + \sqrt{\frac{l + m_j + 1/2}{2l + 1}} |l, m_j + 1/2\rangle |\downarrow\rangle$$

Eigenzustände von J^2 , J_z , L^2 und S^2 sind.

b) Berechnen Sie alle Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Kopplung von zwei Drehimpulsen \mathbf{L}_1 und \mathbf{L}_2 wobei \mathbf{L}_2 die Quantenzahl 1 haben soll.

Abgabe: Mi, 7.1.09