Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Friedemann Queisser

11.11.2008

5. Übungsblatt zur Quantenmechanik II

Wintersemester 2008

Aufgabe 13 (Streuung an der harten Kugel) (4 Punkte)

Untersuchen Sie die elastische Streuung an einer für Teilchen undurchdringlichen Kugel vom Radius a. Geben Sie explizite Ausdrücke für die Teilquerschnitte σ_1 bis σ_4 an. Beweisen Sie die Konvergenz der Reihe $\sum_l \sigma_l$, indem Sie die Glieder mit $l >> kr$ untersuchen. Benutzen Sie dazu die asymptotischen Ausdrücke von j_l und n_l für $l >> x$:

$$j_l(x) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(l+3/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^{l+1}, \quad n_l \approx -\frac{\Gamma(l+1/2)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2}{x}\right)^{l} .$$

Aufgabe 14 (Wirkungsquerschnitt) (6 Punkte)

Wie in der Vorlesung gezeigt wurde, hat der Teilwirkungsquerschnitt für die Streuung von Partialwellen mit der Drehimpulsquantenzahl l die Form

$$\sigma_l = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)\sin^2\delta_l,$$

wobei δ_l die Streuphase beschreibt.

a) Zeigen sie, dass $\sigma_l(E)$ als Funktion von E die Breit-Wigner Form annimmt, wenn die Streuphase mit einer großen positiven Steigung durch ein ungerades Vielfaches von $\pi/2$ geht. Drücken Sie die Zerfallsrate Γ durch die Ableitung der Streuphase nach der Energie aus.

b) Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen der Verweildauer t_D und der Ableitung der Streuphase bezüglich der Energie her.

Hinweis: Gehen Sie wie folgt vom zeitunabhängigen zum zeitabhängigen Problem über: Konstruieren Sie das zeitabhängige Wellenpaket aus der asymptotischen Form der Lösung des Streuproblems. Zeigen Sie, dass die Stationarität der Phase auf die Bedingung

$$r - v_0 t + 2\left.\frac{d\delta_l}{dk}\right|_{k=k_0} = 0$$

führt, wobei r den Abstand vom Streuzentrum beschreibt sowie $v_0 = \hbar k_0/m$ gilt und k_0 die Wellenzahl der Resonanzenergie ist.

Abgabe: Mi, 19.11.08