

3. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2005/2006

1. Aufgabe

Berechnen Sie die Skalarprodukte folgender Vektoren:

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

2. Aufgabe

Überprüfen Sie, ob folgende Vektoren senkrecht aufeinander stehen:

a) $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$ und $\vec{b} = -5\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$
 b) $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ und $\vec{b} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$

3. Aufgabe

a) Konstruieren Sie einen Vektor \vec{c} senkrecht auf $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$ und $\vec{b} = -5\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ und bestimmen Sie einen Einheitsvektor in dessen Richtung.

b) Für welche a steht $\begin{pmatrix} 2a \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix}$ senkrecht auf $\begin{pmatrix} a \\ -a \\ 4 \end{pmatrix}$?

4. Aufgabe

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3$ und $\vec{b} = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

- a) Welchen Winkel bilden die Vektoren \vec{a} und \vec{b} miteinander?
 b) Zeigen Sie, dass die Ungleichung $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ erfüllt ist.

5. Aufgabe

Die Ecken eines Dreiecks ABC haben die kartesischen Koordinaten $A(2, 2, -1)$, $B(0, 1, 1)$ und $C(-1, 2, 0)$. Welche Werte haben die Winkel in diesem Dreieck?

6. Aufgabe

Zerlegen Sie den Vektor $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$ in den Orthogonalteil \vec{a}_\perp und den Parallelteil \vec{a}_\parallel relativ zum Vektor $\vec{r} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3$ (vgl. Skizze).

HINWEIS: Der Parallelteil kann mit Hilfe von $\vec{a}_\parallel := \vec{e}_r (\vec{e}_r \cdot \vec{a})$ berechnet werden.

