7. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2005/2006

1. Aufgabe

Zeigen Sie anhand der Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, dass folgende Aussagen richtig sind:

a) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{vmatrix}$ und $|(\lambda a_{ij})| = \lambda^n |(a_{ij})|$

b) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{11} & \cdots \\ a_{22} & a_{21} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix}$

c) Die Determinante der transponierten Matrix $A^T = (a_{ji})$ stimmt überein mit der Determinante von $A = (a_{ij})$, d.h. $|A^T| = |A|$.

d) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} + \lambda a_{21} & a_{12} + \lambda a_{22} & \cdots & a_{1n} + \lambda a_{2n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{vmatrix}$

e) $|AB| = |A||B|$ (Multiplikationstheorem)

2. Aufgabe

Das Koordinatensystem mit den Basisvektoren $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ wird um den Winkel β in der $x-y$-Ebene (also um die z-Achse) gedreht.

a) Stellen Sie die neuen Basisvektoren $\vec{e}_1'$, $\vec{e}_2'$ und $\vec{e}_3'$ in der Matrixform dar, d.h.

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_1' \\ \vec{e}_2' \\ \vec{e}_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad d_{\mu\nu} = \vec{e}_\mu' \vec{e}_\nu$$

b) Bestimmen Sie die Komponenten eines Vektors $\vec{a}$, der bei der Drehung des Koordinatensystems fest im Raum liegt <u>bzw.</u> sich mit dem Koordinatensystem dreht.

3. Aufgabe

a) Welche Zylinder- bzw. Kugelkoordinaten haben die Punkte $(x, y, z) = (1, 0, 1), (0, 1, -1)$?

b) Geben Sie eine Parameterdarstellung für ein Zylindermantel mit Radius R und Höhe H an.

c) Wie sind die Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) zu wählen, damit eine zur z-Achse radialsymmetrische Halbkugel dargestellt wird?