
5. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2008

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~bulla/vorkurs.html>

1. Nullfolgen

Sind die Folgen (a_n) , deren allgemeine Glieder durch die angegebenen Ausdrücke bestimmt sind, Nullfolgen? Wenn ja, bestimme ein n_0 so, dass $|a_n| < \varepsilon$ für alle $n > n_0$:

$$\text{i) } a_n = \frac{n}{n^3 + n^2 + 1} \quad \text{ii) } a_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{iii) } a_n = \frac{\sin^3 n + \cos n}{\sqrt{n}}$$

2. Grenzwerte

Bestimme den Grenzwert der Folgen (a_n) mit

$$\text{a) } a_n = \frac{2n^3 - n^2 + 1}{3n^3 + n + 6}$$
$$\text{b) } a_n = \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

[Hinweis zu (b): Vielleicht hilft hier eine Multiplikation mit $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n}) / (\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$?!]

3. Exponentialreihe

Wie groß muss man n für die Reihe $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=0}^n \frac{x^m}{m!} = e^x$ wählen, damit 8 Stellen der Zahl $e = e^1$ stimmen?

4. Kontinuierliche Zinsen ?

Ein Guthaben wird bei einer jährlichen Verzinsung von 5% angelegt. Wie viele Jahre dauert es, bis sich der Betrag verdoppelt hat? Nehmen Sie an die Zinsgutschrift würde nicht jährlich sondern täglich (Zinssatz 5% / 365) (oder sogar kontinuierlich?) erfolgen. Wie lange dauert die Kapitalverdopplung nun?

5. Umkehrfunktion

Bestimmen Sie sowohl zeichnerisch als auch explizit die Umkehrfunktion von $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

6. Uhrzeiger

Eine funktionsfähige Wanduhr (nicht die aus HSII) habe einen Stundenzeiger der Länge $r_h = 20$ cm und einen Minutenzeiger der Länge $r_m = 25$ cm. Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeiten ("Kreisgeschwindigkeiten") ω_h und ω_m und geben Sie die Koordinaten der Zeigerspitze als Funktion der Zeit an. Geben Sie auch die Geschwindigkeit der Zeigerspitzen an (Richtung und Betrag des Geschwindigkeitsvektors als Funktion der Zeit).