

---

## 6. Übung zum Vorkurs Physik

---

*Sommersemester 2008*

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~bulla/vorkurs.html>

### 1. Stetigkeit

Sind die folgenden Funktionen an der Stelle  $x_0 = 0$  stetig:

i)  $y = x$

ii)  $y = x^2$

iii)  $y = 1/(1 - x)$

iv)  $y = x \sin x$

v)  $y = x + e^{-x}$

vi)  $y = \frac{\sin x}{x}$

vii)  $y = \frac{e^x - 1}{x}$

viii)  $y = |x|$

ix)  $y = H(x - a)H(x + a)$

x)  $y = H(x)H(-x - a)$

xi)  $y = e^{-x}H(x)$

xii)  $y = xe^{-x}H(x)$

### 2. Logarithmus

Wie sind der Dekadische und der Natürliche Logarithmus miteinander verknüpft ?

### 3. Exponentieller Zerfall

Nehmen Sie an, zwei Isotope eines Elements mit den Halbwertszeiten  $t_1$  und  $t_2$  lagen anfangs (zum Zeitpunkt der Erdentstehung) im Verhältnis  $r_0$  vor, während man sie heute im Verhältnis  $r$  findet. Geben Sie das Lebensalter der Erde als Funktion von  $r_0$  und  $r$  an.

(Als Beispiel:  $t_1(^{235}\text{U}) = 7.14 \cdot 10^8 \text{a}$ ,  $t_2(^{238}\text{U}) = 4.501 \cdot 10^9 \text{a}$ ,  $r_0 = ^{235}\text{U}/^{238}\text{U} = 1.65$ ,  $r = 0.00723$ )

### 4. Hyperbolische Funktionen

Skizzieren sie die hyperbolischen Funktionen

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Welche der Funktionen sind gerade und welche ungerade (bzw. spiegel- und punktsymmetrisch) ?  
Zeigen Sie:  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ .

### 5. Trigonometrische Funktionen

An einem Heizwiderstand  $R$  liegt die mit der Frequenz  $\nu$  oszillierende Wechselspannung  $U(t) = U_0 \sin(2\pi\nu t)$  an. Zeigen Sie, dass die Heizleistung  $P(t) = U^2/R$  doppelt so schnell oszilliert wie die Spannung.

[Es hilft das Additionstheorem  $\cos(\phi_1 \pm \phi_2) = \cos(\phi_1) \cdot \cos(\phi_2) \mp \sin(\phi_1) \cdot \sin(\phi_2)$ .]

### 6. Sekanten- und Tangentensteigung

Gegeben sei die Funktion  $x^3 - 3x$ . Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Kurvenpunkte an den Stellen  $x_1 = 1$  und  $x_2 = 1.5$ . Vergleichen Sie diese Sekantensteigung mit der Steigung der Tangenten an  $x_1$  und  $x_2$ .