Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Carsten Weber

11.05.2004

4. Übungsblatt zur Theoretischen Physik II: Elektrodynamik
Elektrostatik,Methode der Bildladungen

Abgabe: 19.05.2004

Aufgabe 1 (2 Punkte): *Oberflächen-, Linienintegrale*

1. Berechnen Sie den Fluß des Vektorfeldes $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ durch die Oberfläche einer Kugel mit Radius R: (1 Punkt)

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{(x,y,z)^T}{\sqrt{\alpha + x^2 + y^2 + z^2}}$$

2. Berechnen Sie folgendes Linienintegral entlang eines Einheitskreises γ in der x-y-Ebene (wählen sie eine geeignete Parametrisierung!): (1 Punkt)

$$\int_\gamma [(x^2+y)dx + (y^2+z)dy + (z^2+x)dz]$$

Aufgabe 2 (13 Punkte): *Elektrostatik*

1. Berechnen Sie für die folgenden Ladungsverteilungen $\rho(\mathbf{x})$ die elektrostatischen Potentiale $\phi(\mathbf{x})$ mit Hilfe der Laplace-Gleichung. Machen Sie dazu einen der Symmetrie des Problems angepassten Ansatz. Beachten Sie die Rand- und Stetigkeitsbedingungen für die Potentiale. (9 Punkte)

(i) Geladene (unendlich ausgedehnte) Platte mit konstanter Ladungsflächendichte σ in der y-z-Ebene:

$$\rho(\mathbf{x}) = \sigma\delta(x)$$

(ii) Geladene Kugelschale mit Gesamtladung Q, Radius R und Oberfläche $F = 4\pi R^2$:

$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{Q}{F}\delta(R-r)$$

(iii) Geladene Vollkugel mit Gesamtladung Q, Radius R und Volumen $V = 4\pi R^3/3$:

$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{Q}{V}\theta(R-r)$$

(iv) Geladener (unendlich langer) unendlich dünner, gerader Draht mit konstanter Linienladungsdichte κ:

$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{\kappa}{\pi}\frac{\delta(\varrho)}{\varrho}$$

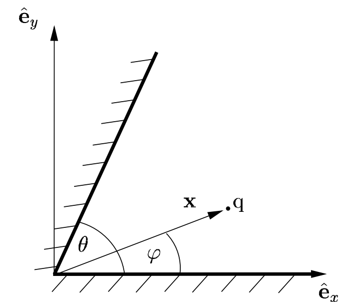
Hierbei sind (ϱ, φ, z) Zylinderkoordinaten.
(Beachten Sie, daß gilt: $\int_\alpha^\beta dx\,\delta(x-a)f(x) = \frac{1}{2}f(a)$ falls $a=\alpha$ oder $a=\beta$.)

2. Berechnen Sie für die angegebenen Situationen die elektrischen Felder. (2 Punkte)

3. Skizzieren Sie die Äquipotentiallinien und den Verlauf der Feldlinien für die gegebenen Situationen in einem der Symmetrie Rechnung tragenden ebenen Schnitt. (2 Punkte)

Aufgabe 3 (5 Punkte): *Methode der Bildladungen*

Betrachten Sie zwei geerdete Metallplatten, die einen Winkel von $0 < \theta < 2\pi$ einschließen, mit der z-Achse als Spitzengerade. Zwischen den Metallplatten befinde sich am Ort $\mathbf{x} = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, 0)$ eine Punktladung q. Es sei $0 < \varphi < \theta$.



1. Für welche der folgenden Fälle kann man das Potential $\phi(\mathbf{x})$ im Raum zwischen den Metallplatten mit Hilfe der Bildladungen bestimmen? Begründen Sie Ihr Ergebnis und geben Sie gegebenfalls Lage und Bildladung an. (2 Punkte)

(i) $\theta = \frac{\pi}{3}, \varphi = \frac{\pi}{4}$ (ii) $\theta = \frac{2}{3}\pi, \varphi = \frac{\pi}{3}$ (iii) $\theta = \frac{3}{4}\pi, \varphi = \frac{\pi}{3}$

2. Konstruieren Sie das Potential $\phi(\mathbf{x})$ mit Hilfe der Bildladungen für den Fall $r = \sqrt{2}$, $\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$. Zeigen Sie, daß $\phi(\mathbf{x})$ auf den Metalloberflächen verschwindet. (2 Punkte)

3. Geben Sie in obiger Situation die Oberflächenladungsdichte $\sigma(\mathbf{x})$ auf der Metalloberfläche an. (1 Punkt)