

## 5. Übungsblatt zur Theoretischen Physik II: Elektrodynamik Multipolentwicklung, Zylinderkondensator

Abgabe: 26.05.2004

### Aufgabe 1 (3 Punkte): *Gravitationskräfte*

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, daß die Gravitationskräfte, welche auf großen Skalen die Dynamik bestimmen und somit die einzig wichtigen Kräfte für kosmologische Fragestellungen darstellen (ausgenommen dem Urknall und schwarzen Löchern), in den allermeisten in der Elektrodynamik betrachteten Fällen vernachlässigbar sind. Betrachten Sie dazu das Wasserstoffatom auf rein klassische Art. Berechnen Sie das Verhältnis von Gravitations- zu elektrostatischer Kraft zwischen einem ruhenden Elektron und einem (ruhenden) Proton. Betrachten Sie nun zwei Körper der Ladung  $+e$  und  $-e$ . Wie groß müssen ihre Massen sein, so daß Gravitations- und elektrostatische Kraft von gleicher Größenordnung sind (gehen Sie von gleichen Massen aus)? Vergleichen Sie diese mit der Elektronen- oder Protonenmasse.

### Aufgabe 2 (3 Punkte): *Multipolentwicklung*

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (i) Für eine symmetrische (antisymmetrische) Ladungsverteilung verschwinden die ungeraden (geraden) Multipolmomente bezüglich des Symmetriepunktes. (1,5 Punkte)
- (ii) Falls das Monopol- sowie das Dipolmoment einer Ladungsverteilung verschwinden, so ist das Quadrupolmoment unabhängig von der Wahl des Ursprungs (diese Aussage kann auf das  $n$ -te Multipolmoment verallgemeinert werden!). (1,5 Punkte)

(Hinweis: Betrachten Sie die Multipolmomente in geeigneten Koordinaten!)

### Aufgabe 3 (10 Punkte): *Geladener Kreisring*

Betrachten Sie einen homogen geladenen Kreisring der Gesamtladung  $Q$  in der  $x$ - $y$ -Ebene mit Radius  $a$  und Zentrum im Koordinatenursprung.

1. Geben Sie die Ladungsverteilung  $\rho(\mathbf{x})$  an. Berechnen Sie das elektrostatische Potential  $\phi(\mathbf{x})$  und das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{x})$  jeweils auf der  $z$ -Achse. (3 Punkte)
2. Berechnen Sie das Monopol-, Dipol- und Quadrupolmoment für diese Ladungsverteilung. (3 Punkte)

3. Berechnen Sie das Potential  $\phi(\mathbf{x})$  auf der  $z$ -Achse in Quadrupolnäherung und vergleichen Sie es anhand einer Skizze mit dem exakten Resultat aus Teil 1. Bewerten Sie die Näherung im Nah- und Fernbereich. (2 Punkte)

4. Geben Sie eine Ladungsverteilung bestehend aus 4 Punktladungen an, die in Quadrupolnäherung das gleiche Potential wie in Teil 3 liefert. (2 Punkte)

### Aufgabe 4 (4 Punkte): *Zylinderkondensator*

Betrachten Sie zwei konzentrische Zylinder mit homogen verteilten Gesamtladungen  $Q$  und  $-Q$ , Radien  $R_1$  und  $R_2$  und Länge  $h$ .

1. Berechnen Sie das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{x})$  sowie das elektrostatische Potential  $\phi(\mathbf{x})$  in den Bereichen  $\varrho < R_1$ ,  $R_1 < \varrho < R_2$  und  $R_2 < \varrho$  ( $\varrho, \varphi, z$  Zylinderkoordinaten). Machen Sie dazu einen geeigneten Ansatz für das elektrische Feld und benutzen Sie das Gaußsche Gesetz. Bestimmen Sie daraus und aus den Stetigkeits- und Randbedingungen das Potential. Vernachlässigen Sie Randeffekte, welche aufgrund der endlichen Länge der Zylinder auftreten. (3 Punkte)
2. Bestimmen Sie die Spannung zwischen den beiden Zylindern und daraus die Kapazität  $C$  des Kondensators. (1 Punkt)