Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Carsten Weber

08.06.2004

7. Übungsblatt zur Theoretischen Physik II: Elektrodynamik
Induktionsgesetz,Maxwell-Gleichungen

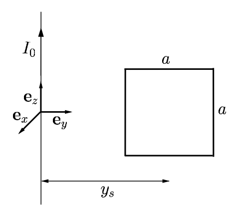
Abgabe: 16.06.2004

Aufgabe 1 (3 Punkte): *Maxwell-Gleichungen*

In der Vorlesung wurden die Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik vorgestellt. Machen Sie Sich nun mit ihnen vertraut, indem Sie die Transformationen zwischen der Integral- und der differentiellen Darstellung der Gleichungen durchführen. Diskutieren Sie die physikalische Bedeutung der Gesetze.

Aufgabe 2 (6 Punkte): *Leiterschleife in einem Magnetfeld*

Eine starre, quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge a und Ohmschem Widerstand R befinde sich in der Nähe eines stromdurchflossenen Drahtes mit der Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{x}) = I_0\delta(x)\delta(y)\mathbf{e}_z$. Der Schwerpunkt der Leiterschleife sei $\mathbf{x}_s = y_s\mathbf{e}_y$ mit $y_s > a/2$. Der Normalenvektor der eingeschlossenen Fläche zeige in Richtung der x-Achse.



Die Leiterschleife werde mit der konstanten Geschwindigkeit $\mathbf{v}_0 = v_0\mathbf{e}_y$ von dem Draht wegbewegt.

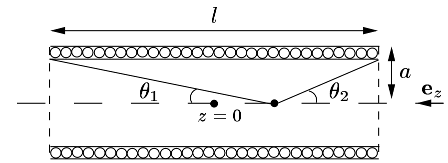
(i) Berechnen Sie den in der Leiterschleife induzierten Strom. Skizzieren Sie die Flußrichtung des Stromes und diskutieren Sie dies anhand der Lenzschen Regel. (3 Punkte)

(ii) Mit welcher Kraft muß man an der Leiterschleife ziehen, um diese auf der konstanten Geschwindigkeit $\mathbf{v}_0$ zu halten? (3 Punkte)

Aufgabe 3 (6 Punkte): *Endliche Spule*

1. Berechnen Sie für eine stromdurchflossene Kreisschleife in der $x-y$-Ebene mit Mittelpunkt im Ursprung mit Radius a und Strom I die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ auf der z-Achse. (2 Punkte)

2. Leiten Sie daraus $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ für eine Spule der Länge l und der Schleifendichte $n = \frac{N}{l}$ mit Achse entlang der z-Achse her. Drücken Sie das Ergebnis durch die Winkel θ_1 und θ_2 aus. (2 Punkte)



3. Berechnen Sie näherungsweise die magnetische Induktion in der Mitte ($z = 0$) und am Ende ($z = l/2$) der Spule, und betrachten Sie den Grenzfall $l \to \infty$ (Diskussion!). (Vgl. Übungsblatt 6, Aufgabe 3) (2 Punkte)

Aufgabe 4 (5 Punkte): *Krummlinige Koordinaten*

1. Leiten Sie aus den Eigenschaften der δ-Distribution in kartesischen Koordinaten (x, y, z) ihre Darstellung in krummlinigen Koordinaten (u, v, w) her. Wie sieht $\delta(\mathbf{x})$ in Kugel- und Zylinderkoordinaten aus? (2 Punkte)

2. Bei der Umrechnung von Stromdichteelementen in Stromelemente treten bei krummlinigen Koordinaten zusätzliche Faktoren auf. Diese sollen im folgenden hergeleitet werden, da die Betrachtung von Stromdichten in angepassten Koordinaten sehr wichtig in der Magnetostatik ist.

Betrachten Sie dazu eine Stromdichte, welche auf einen Weg C beschränkt ist, welcher durch $\mathbf{x} = \mathbf{x}(s)$, s die Bogenlänge, beschrieben wird. Es seien neue Koordinaten (u, v, w) so gewählt, daß u die Bogenlänge s und v und w konstant auf dem Weg seien. Die Richtung von $\mathbf{j}(\mathbf{x})$ ist also die von $\mathbf{e}_u = \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial u}$. Machen Sie den Ansatz

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}) = A(u, v, w)\mathbf{e}_u\delta(v - c_1)\delta(w - c_2)$$

und bestimmen Sie den Faktor A. Präzisieren Sie die Antwort für Kugel- und Zylinderkoordinaten für eine auf einer Kreisschleife mit Radius a verlaufenden Stromdichte. (3 Punkte)