

2. Übungsblatt zur Vorlesung
Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie II
im Sommersemester 2005

Aufgabe 5: **Kerr-Metrik I** (8+4+4 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Oberfläche des Ereignishorizontes eines rotierenden Schwarzen Loches ($|a| \leq M$) für $t = \text{konst.}$ Zeigen Sie weiter, dass der Umfang über die Pole immer kleiner als der Äquatorumfang ist, die Geometrie des Ereignishorizontes also nicht sphärisch ist. Schätzen Sie für den extremalen Fall ($|a| = M$) das Verhältnis von Polar- zu Äquatorumfang ab.
- b) Betrachten Sie in der Kerr-Metrik den Grenzfall $r \gg M$ und $r \gg |a|$. Zeigen Sie, dass der Nichtdiagonalterm $\propto d\Phi dt$ gleich dem in §7.6 abgeleiteten Nichtdiagonalterm einer langsam und starr rotierenden kugelförmigen Massenverteilung ist (wählen Sie die z-Achse parallel zur Drehrichtung).
- c) Betrachten Sie die Kerr-Metrik im Grenzfall $M \rightarrow 0$ (a fest). Zeigen Sie, am besten durch eine explizite Koordinatentransformation auf kartesische Koordinaten, dass es sich um die Metrik des flachen Raumes handelt. Welche geometrische Bedeutung hat die Koordinate r in diesem Grenzfall?

Aufgabe 6: **Kerr-Metrik II** (4 Punkte)

Schätzen Sie grob den aus der Kerr-Metrik bekannten Parameter a/M für Sonne und Erde ab. (Entnehmen Sie die dafür benötigten physikalischen Parameter wie Sonnenradius etc. aus der Literatur.) Was fällt Ihnen auf?

Abgabe: Di, 26.4.2005