Institut für
Theoretische Physik
Universität zu Köln

Prof. Dr. C. Kiefer

4. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Physik I (Mechanik)
im Wintersemester 2006/07

Aufgabe 9: **Freier Fall mit Luftwiderstand** (6 Punkte)

Berücksichtigen Sie für einen frei fallenden Körper den Luftwiderstand, indem Sie eine der Schwerkraft entgegengesetzt wirkende Kraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ansetzen (für viele Körper ist dies eine hinreichend gute Näherung).
Bestimmen Sie $x(t)$ und $v(t)$. Diskutieren Sie das Ergebnis.
Berechnen Sie die erste Korrektur zur Bewegung im luftleeren Raum.

Aufgabe 10: **Keplerellipsen und Störungen** (12 Punkte)

a) Berechnen Sie die große Halbachse der Ellipse, auf der die Sonne sich um den gemeinsamen Schwerpunkt Sonne-Erde bewegt und vergleichen Sie mit dem Sonnenradius. Entnehmen Sie die benötigten Massen und den Sonnenradius der Literatur.

b) Man zeige, daß die Differentialgleichung für $\phi = \phi(r)$ im Falle gebundener Bahnen des Kepler-Problems die Form

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{r}\left(\frac{r_P r_A}{(r - r_P)(r_A - r)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

hat, wobei r_P den Perihel- und r_A den Aphelabstand bezeichnet. Man integriere diese Gleichung mit der Randbedingung $\phi(r_P) = 0$.

c) Das Potential sei jetzt

$$U(r) = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}\ .$$

Man bestimme die Lösung $\phi = \phi(r)$ und diskutiere die Drehung des Perihels gegenüber dem Keplerfall nach einem Umlauf als Funktion von B für $B > 0$, $B < 0$ und für $|B| \ll \frac{l^2}{2\mu}$.

Aufgabe 11: **Newtonsche Kosmologie** (12 Punkte)

a) Wie groß ist in der Newtonschen Gravitationstheorie die Gesamtkraft einer unendlich ausgedehnten Massenverteilung mit Massendichte $\rho(\mathbf{x})$ auf eine Masse m, die sich im Ursprung befindet? Welches Problem tritt bei einer unendlich großen, homogenen Massenverteilung auf?

b) Betrachten Sie ein ‘Universum’ mit einer homogenen Massendichte $\rho(t)$. Formulieren Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung für eine beliebige Galaxie der Masse m, deren Radiusvektor auf die Erde bezogen $\mathbf{x}(t)$ sei. Nach dem Hubble-Gesetz gilt $\mathbf{x}(t) = a(t)\mathbf{x_0}$ mit $\frac{\dot{a}}{a} = H(t)$. $H(t)$ wird als Hubbleparameter bezeichnet.Dabei bezeichne $\mathbf{x_0}$ den Ort zu einer beliebigen Zeit.
Formulieren Sie die Bewegungsgleichung für $a(t)$. Benutzen Sie die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} + \nabla(\rho\mathbf{v}) = 0,$$

um $\rho(t)$ zu eliminieren. Ist ein statisches Universum möglich?
Zeigen Sie, daß sich durch Integration der Energiesatz

$$\dot{a}^2 - \frac{C}{a} + k = 0$$

ergibt, wobei $C > 0$ und k Konstanten sind. Welche Interpretation hat k? Skizzieren Sie grob $a(t)$ für die drei Fälle $k < 0$, $k = 0$ und $k > 0$.

c) Fügen Sie zur Newtonschen Gravitationskraft ad hoc eine abstoßende Kraft $\frac{m\Lambda}{3}\mathbf{x}$ mit der ‘Kosmologischen Konstante’ Λ hinzu. Formulieren Sie die abgeänderte Bewegungsgleichung für $a(t)$ und den abgeänderten ‘Energiesatz’. Ist jetzt ein statisches Universum möglich?

Abgabe: Di, 14.11.2006