Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Friedemann Queisser

25.11.2008

7. Übungsblatt zur Quantenmechanik II

Wintersemester 2008

Aufgabe 17 (Streuung an Wasserstoffatomen) (5 Punkte)

Diskutieren Sie die Streuung von Elektronen an neutralen Wasserstoffatomen. Jedes Elektron wird an genau einem H-Atom gestreut. Die Wasserstoffatome sollen sich dabei im Grundzustand befinden.

a) Formulieren Sie das Streupotential als Summe von Kernpotential und Potential des Hüllenelektrons. Nehmen Sie dazu an, dass die Ladungsdichte des Hüllenelektrons proportional zum Betragsquadrat der Grundzustandswellenfunktion ist und während des Streuprozesses unverändert bleibt. Zeigen Sie insbesondere, dass es sich um ein Zentralpotential handelt.

b) Berechnen Sie die Streuamplitude in erster Bornscher Näherung.

c) Bestimmen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

d) Leiten Sie den totalen Wirkungsquerschnitt ab.

e) Wie lautet die Bedingung für die Gültigkeit der ersten Bornschen Näherung?

Aufgabe 18 (Pauli- und Dirac-Matrizen) (5 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass für die Paulischen Spinmatrizen die Beziehung

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + \mathrm{i} \sum_k \varepsilon_{ijk} \sigma_k$$

gilt.

b) $\vec{a}$ und $\vec{b}$ seien zwei Vektoroperatoren, die mit allen drei Paulischen Spinmatrizen vertauschen. Zeigen sie, dass gilt:

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b}\mathbf{1} + \mathrm{i}\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

c) Zeigen Sie, dass die Dirac-Matrizen

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix}$$

die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$\begin{aligned} \left[\alpha^i, \alpha^j\right]_+ &= 2\delta^{ij}\mathbf{1} \\ \left[\alpha^i, \beta\right]_+ &= 0 \\ \beta^2 &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

d) Beweisen Sie die folgenden Eigenschaften der γ-Matrizen:

1) $\gamma_\mu \gamma^\mu = 4$
2) $\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\not{a}$
3) $\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4 a_\mu b^\mu$
4) $\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2 \not{c} \not{b} \not{a}$
5) $\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \not{d} \gamma^\mu = 2(\not{d} \not{a} \not{b} \not{c} + \not{c} \not{b} \not{a} \not{d})$

Dabei ist $\gamma_\mu := \eta_{\mu\nu} \gamma^\nu$

Abgabe: Mi, 3.12.08