

4. Übungsblatt zur Quantenphysik Sommersemester 2012

Abgabe: bis Mittwoch, 9. Mai 2012, 12:00 Uhr in der Holzbox vor dem Institut für Theoretische Physik

Übung 9 (6 Punkte): *Dreidimensionaler harmonischer Oszillator*

Nutzen Sie die Ihnen bekannte Lösung des eindimensionalen harmonischen Oszillators, um das Energiespektrum und die normierten Eigenfunktionen des isotropen, dreidimensionalen harmonischen Oszillators mit dem Hamilton-Operator

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$$

zu bestimmen. Geben Sie den Entartungsgrad der Energieniveaus an.

Übung 10 (6 Punkte): *Hermite-Polynome*

10.1 Gewinnen Sie durch Einsetzen der in der Vorlesung abgeleiteten Eigenfunktionen des eindimensionalen harmonischen Oszillators

$$\psi_n(x) = \left(2^n n! \sqrt{\pi} x_0\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^2\right] H_n\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

in die stationäre Schrödinger-Gleichung eine Differentialgleichung für die Hermite-Polynome $H_n(x)$.

10.2 Beweisen Sie die Eigenschaft $H'_n(x) = 2n H_{n-1}(x)$.

Hinweis: Benutzen Sie dazu die in der Vorlesung abgeleitete Beziehung

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$

sowie das Ergebnis von **10.1**.

10.3 Beweisen Sie ebenfalls die Eigenschaft $H_{n+1}(x) = 2x H_n(x) - 2n H_{n-1}(x)$.

Übung 11 (8 Punkte): *Kohärente Zustände*

Wir definieren für beliebige (reelle oder komplexe) ξ die kohärenten Zustände $\psi_\xi(x) := e^{\xi a^\dagger} \psi_0(x)$, wobei $\psi_0(x)$ die Grundzustandswellenfunktion des harmonischen Oszillators und a^\dagger der Erzeugungsoperator sind.

11.1 Benutzen Sie die Vertauschungsrelation $[a, e^{\xi a^\dagger}]$ mit dem Vernichtungsoperator a , um zu zeigen, dass $a \psi_\xi(x) = \xi \psi_\xi(x)$ und damit

$$\psi_\xi(x) = c(\xi) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{x_0} - \sqrt{2}\xi\right)^2}.$$

Bestimmen Sie $c(\xi)$ aus dem Wert von (ψ_ξ, ψ_ξ) .

Hinweis: Die bekannte Relation $[A, B^n] = n B^{n-1} [A, B]$, falls $[[A, B], B] = 0$, kann von Nutzen sein.

11.2 Benutzen Sie den gewonnenen Ausdruck für $\psi_\xi(x)$, um die erzeugende Funktion $g(x, s)$ der Hermite-Polynome zu gewinnen:

$$g(x, s) := \sum_{n=0}^{\infty} H_n(x) \frac{s^n}{n!}.$$

1-15
Was die von Heisenberg?
Friedrich Pauli's Idee
R.H. 2

Z. f. Phys. (235) Heisenberg

1

Über quantentheoretische Umdenung kinematischer und mechanischer Beziehungen.

Von W. Heisenberg in Göttingen.
(Eingegangen am 29. Juli 1925)

In der Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist.

Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen (z. B. der Energie im Wasserstoffatom) benutzt werden, der schwerwiegende Einwand erheben, daß jene Rechenregeln als wesentlichen Bestandteil Beziehungen enthalten zwischen Größen, die scheinbar prinzipiell nicht beobachtet werden können (wie z. B. Ort, Umlaufzeit des Elektrons), daß also jenen Regeln offenbar jedes anschauliche physikalische Fundament mangelte, wenn man nicht immer noch an der Hoffnung festhalten will, daß jene bis jetzt unbeobachtbaren Größen später vielleicht experimentell zugänglich gemacht werden könnten. Diese Hoffnung könnte als berechtigt angesehen werden, wenn die genannten Regeln in sich konsequent und auf einen bestimmten, unangrenzten Bereich quantentheoretischer Probleme anwendbar wären. Die Erfahrung zeigt aber, daß sich nur das Wasserstoffatom und der Stark-Effekt dieses Atoms jenen formalen Regeln der Quantentheorie fügen, daß aber schon beim Problem der „gekrenzten Felder“ (Wasserstoffatom im elektrischen und magnetischen Feld verschiedener Richtung) fundamentale Schwierigkeiten auftreten, daß die Reaktion der Atome auf periodisch wechselnde Felder sicherlich nicht durch die genannten Regeln beschrieben werden kann, und daß schließlich eine Ausdehnung der Quantenregeln auf die Behandlung der Atome mit mehreren Elektronen sich als unmöglich erwiesen hat. Es ist üblich geworden, dieses Versagen der quantentheoretischen Regeln, die ja wesentlich durch die Anwendung der klassischen Mechanik charakterisiert waren, als Abweichung von der klassischen Mechanik zu bezeichnen. Diese Bezeichnung kann aber wohl kaum als sinngemäß angesehen werden, wenn man bedenkt, daß schon die (ja ganz allgemein gültige) Einstein-Bohrsche Frequenzbedingung eine so völlige Abseignung die klassische Mechanik oder besser, vom Standpunkt der Wellentheorie aus, an die dieser Mechanik zugrunde liegende Kinematik darstellt, daß auch bei den einfachsten quantentheoretischen Problemen an

1
1225
1925

This was the first work on quantum mechanics to come to England. It is the proofs of Heisenberg's first paper on quantum mechanics.

Heisenberg sent them to R. H. Fowler in August 1925. Fowler sent them on to me at the beginning of September, after writing a note at the top of the first page. It was from studying these proofs that I got started on quantum mechanics.

19 A. M. Dirac