

Warum Quantenkosmologie?

H. D. Zeh
Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg

Vortrag gehalten beim dritten Philosophie-und-Physik Workshop von FEST
"Physical and philophysical aspects of our understanding of space and time"
im Mai 1993(?)

1. Das Problem

Unter Quantenkosmologie versteht man die Anwendung der Quantentheorie auf das Universum als Ganzes. Gewöhnlich wird das Universum als ein klassisches System behandelt, etwa im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie, und die Quantentheorie lediglich auf die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten mikroskopisch bedingter "Ereignisse" beschränkt.

Die Motivation, Kosmologie konsistent allein im begrifflichen Rahmen der Quantentheorie zu betreiben, hat im wesentlichen zwei Wurzeln: eine im begründeten Anspruch der Quantentheorie (und hierbei insbesondere des ihr zugrundeliegenden Superpositionsprinzips) auf universelle Gültigkeit und die zweite im Programm einer Quantisierung der Allgemeinen Relativitätstheorie als eines "ganz normalen" Tensorfeldes der Masse null (Quantengravitation). Dieser *Teilaspekt* der Quantenkosmologie führt notwendigerweise zu einer Verflüchtigung des relativistischen (vierdimensionalen) Konzepts einer wohldefinierten Raumzeitgeometrie. Damit können auch die spezifischen Begriffe der konventionellen *Quantenfeldtheorie* ("Kausalität" der Kommutatoren) mangels definierter Lichtkegel nicht mehr vorausgesetzt werden, und man hat allein auf die kanonische Quantentheorie zurückzugreifen. Wie sich heute andeutet, scheint aber die Quantengravitation erstaunlicherweise die uns vertraute Raumzeitgeometrie durch eine dynamisch bedeutsame Geometrie des ihr zugrundeliegenden Konfigurationsraums (daher auch "Superraum" genannt) zu ersetzen.

Den Gesetzen der Quantentheorie sind nach heutigem Wissen *alle* physikalischen Objekte unterworfen. Wenn man Kosmologie betreibt, sollte dies daher heute ausschließlich mit den Begriffen und gemäß den Gesetzen dieser Theorie geschehen - genau so, wie man seit der vielfachen Bestätigung der Relativitätstheorie konsequenterweise praktisch nur noch relativistische Kosmologie betreibt. Es verbliebe dann höchstens die Frage, ob die vorwiegend für mikroskopische Vorgänge relevante Quantentheorie im Gegensatz zur Relativitätstheorie für kosmologische Fragestellungen überhaupt *nötig* ist, d.h. ob die "klassischen Näherungen" für die Welt im Großen nicht ausreichen. Die Ergebnisse dürften dann aber jedenfalls nicht in Widerspruch zu einer rein quantenmechanischen Beschreibung stehen.

Das *begriffliche* Konsistenzargument für eine Quantenkosmologie gewinnt erheblich an Bedeutung durch die aus der *Nichtlokalität* der Quantentheorie folgende Konsequenz, daß diese Theorie aus *dynamischen* Gründen eigentlich nur in Ausnahmefällen – nämlich gerade den üblicherweise zu ihrem experimentellen Nachweis benutzten – in ihrer Lehrbuch-Form einer der Schrödingergleichung unterliegenden Wellenfunktion auf *separate Systeme* angewandt werden kann. Die meisten Systeme sind aber kinematisch und dynamisch miteinander “verschränkt”, so daß den Subsystemen gar kein eigener Zustand mehr zukommt. Daher darf die Quantentheorie über die Ausnahmefälle hinaus konsequenterweise *nur* auf das als abgeschlossen definierte (wenn auch möglicherweise unendliche) Universum - also nur in der Form einer Wellenfunktion des ganzen Universums - angewandt werden! Das ist auch der Tenor einer Arbeit von Gell-Mann und Hartle (1990): "Quantum mechanics is best and most fundamentally understood in the framework of quantum cosmology." Und weiter: "It is the initial condition of the universe that ... explains the origin of quasiclassical domains within quantum theory itself." Dieser *dynamische* Teil des Konsistenzarguments soll im zweiten Abschnitt dieses Aufsatzes näher diskutiert werden.

Hier liegt zunächst die Frage nahe, warum denn eine Wellenfunktion des Universums nicht schon längst eingehender diskutiert wurde. Es hat sicher eine Ursache darin, daß das Argument der unvermeidbaren Verschränktheit bisher zu wenig beachtet wurde. Darüberhinaus waren es wohl die bekannten Interpretationsprobleme der Quantentheorie, die dies verhindert haben. Ein Quantenuniversum muß ja nicht nur das Zustandekommen der klassischen Physik als Grenzfall der Quantenphysik erklären, sondern auch den für ihre konventionelle Interpretation wichtigen “äußeren Beobachter” konsistent mitbeschreiben.

Wegen der Schwierigkeiten, diese Aufgabe begrifflich zu beherrschen, gibt es verbreitete Zweifel, ob eine Quantenkosmologie überhaupt sinnvoll sei. So lehnt die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie eine “Quantenwelt” kategorisch ab und verlangt zusätzlich zu den Quantenbegriffen weiterhin die Beibehaltung von fundamentalen klassischen Begriffen zur Interpretation von Meßergebnissen. Obwohl auch makroskopische Objekte, wie Meßapparate, aus wohlverstandenen “Quantenobjekten” (Atomen)

bestehen und viele aus dieser Tatsache resultierende makroskopische Quantenphänomene bekannt sind, wird diese Interpretation von den meisten Physikern erstaunlicherweise für akzeptierbar und unvermeidbar angesehen. Eine Situation, die man traditionellerweise schlichtweg als “inkonsistent” bezeichnet hätte, wird hier unter dem - wie es aussieht - Zwang der Experimente (und wohl auch der noch immer nachwirkenden Autorität Bohrs) durch rein verbale Konstrukte wie “Komplementarität” oder “Dualismus” sanktioniert. Darüberhinaus ist es der immer noch verbreitete Glaube, daß die Quantentheorie nichts weiter als eine stochastische Dynamik oder eine Ensembletheorie nach klassischem Vorbild beschreiben könne. Eine solche Annahme führt aber auf kaum lösbare Probleme, wie sie etwa mit Hilfe des Bellschen Theorems herausgestellt werden.

Die Quantengravitation als zweite Motivationsquelle führt wegen der langreichweitigen Natur der Gravitation genau wie schon die klassische Allgemeine Relativitätstheorie zwangsläufig auf kosmologische Anwendungen. Nicht nur ist die globale Dynamik des Universums im wesentlichen durch die Gravitation bestimmt, die Allgemeine Relativitätstheorie enthält auch durch die Inkorporation des Machschen Prinzips von vornherein einen kosmologischen Aspekt. Die oft gestellte Frage, ob die Gravitation überhaupt zu quantisieren sei, ist wieder durch die bisher stets bestätigte allgemeine Anwendbarkeit der Quantentheorie zu beantworten: es gibt keinen Grund, eine Sonderrolle des metrischen Feldes unter anderen Feldern anzunehmen. Zwar wird sich die Quantennatur der Gravitation auf absehbare Zeit nicht direkt (durch Nachweis von Gravitonen) experimentell verifizieren lassen, aber die Quantengravitation ist als Kombination zweier bestbestätigter Theorien eine äußerst “konservative” Hypothese, und eine unquantisierte Gravitation würde ohne gänzlich neue Ansätze wegen der dynamischen Kopplung zu Inkonsistenzen mit einer Quantentheorie der Materie führen. Wenn sie bis vor gut zehn Jahren kaum untersucht wurde, so einerseits, weil Quanteneffekte der Gravitation kaum im Experiment nachprüfbar sind, andererseits wegen der Renormierbarkeitsprobleme, welche die störungstheoretische Behandlung von Streuvorgängen ohne Korrekturen an der Theorie unmöglich machen. Die daraus abgeleitete weitergehende Frage, ob die kanonische Quantentheorie der Gravitation überhaupt *mathematisch konsistent definiert* ist, sollte hier nicht Anlaß zur Resignation geben, da eine Heilung dieser Probleme am ehesten im Rahmen der Quantenkosmologie zu erwarten ist, während die hier zu disku-

tierenden rein begrifflichen Probleme von so allgemeiner Natur sind, daß sie in einer konsistenten “(quantum) theory of everything”, die die Gravitation einschließt und mathematisch wohldefiniert ist, gleichermaßen auftreten sollten.

Es kann nach allen bisherig existierenden Betrachtungen zu diesem Thema als sicher gelten, daß eine die Gravitation enthaltende Quantenkosmologie zu einer Revision fundamentaler Begriffe führen muß. So ist in ihrem Rahmen mit der Raumzeit-Metrik der einer jeden Dynamik zugrunde liegende Zeitbegriff ebenso einer “Quantisierung” zu unterwerfen wie auch im Prinzip der Beobachter als ein physikalisches System. Wie schon häufig in der Geschichte der theoretischen Physik mag es sich trotz des Mangels an empirischer Erkenntnis als sinnvoll erweisen, den Formalismus zunächst nach bewährten Rezepten zu konstruieren, um erst anschließend die (soweit es sich als nötig erweist) entsprechend angepaßten formalen Begriffe zu interpretieren. Hierbei wurden neuerdings vielversprechende Fortschritte erzielt. Sich ergebende, lediglich ungewohnte Konsequenzen sollte man dabei nicht schon wegen ihrer Neuartigkeit verwerfen, sondern kritisch allein auf ihre mögliche Anwendbarkeit auf die Erfahrung prüfen.

2. Quantentheorie erfordert Quantenkosmologie

Die Kinematik der Quantentheorie erlaubt Quantenkorrelationen (“Verschränkungen”) zwischen zwei beliebigen Systemen mit möglichen Zuständen ϕ_i und Φ_k in der Form von Superpositionen der Art

$$\Psi = \sum c_{ik} \phi_i \Phi_k.$$

Diese *nichtlokale Kinematik* beschreibt den wohl wichtigsten Unterschied zur klassischen Physik, indem der Gesamtzustand eines zusammengesetzten Quantensystems im allgemeinen keine Zustände der Teilsysteme mehr definiert. Er kann dann also seinerseits auch nicht durch solche bestimmt sein. Trotz der bewährten statistischen Aspekte der Quantenmechanik sind diese Korrelationen *nicht* als rein statistisch bedingt zu deuten. Sie bestimmen vielmehr auch eindeutig objektiv nachprüfbare (“reale”) Eigenschaften des individuellen Gesamtzustands (wie z.B. einen Gesamtdrehimpuls).

Normalerweise (und nur aus klassischer Gewohnheit begründet) studiert man die Quantenphysik an den Ausnahmesituationen, in denen ein zu untersuchende System aus wenigen Teilchen nach entsprechender Präparation in einem bestimmten Zustand ist (also die entsprechende obige Summe aus Produktzuständen für dieses System einerseits und den “Rest der Welt” andererseits durch einen einzigen Term darstellbar ist). Jedoch ergibt sich aus der aus eben diesen Fällen begründeten Dynamik, daß Korrelationen zwischen den meisten Quantensystemen vorhanden sein und umso bedeutender werden *müssen*, je komplexer diese Systeme sind.

Korrelationen sind in der Tat bereits extrem stark für alle nur einigermaßen makroskopischen Systeme (schon für größere Moleküle) und – wie sich ergibt – gerade verantwortlich für das Auftreten von deren klassischen Eigenschaften. Dieses neuerdings als “decoherence” (des lokalen Systems) bezeichnete Verhalten (vgl. Zurek, 1991) - genauer ist es die Delokalisierung einer Superposition - ist einer der Gründe für das aktuelle Interesse an einer universellen Quantentheorie. Das Vorhandensein von Korrelationen zwischen *allen* Systemen bedeutet nämlich, daß es letztlich nur eine gemeinsame Wellenfunktion für das ganze Universum geben kann. Diese darf (und muß aus Konsistenzgründen) unabhängig von ihrer Beobachtbarkeit angenommen werden, so daß man ihr im üblichen Sinne den Status der Realität zusprechen kann. Als “Universum” ist hier alles zu verstehen, was jemals miteinander in Wechselwirkung treten konnte oder gegebenenfalls noch kann.

Was kann nun ein solches $\Psi_{\text{Universum}}$ bedeuten, wenn sich doch kein Ensemble von Universen zwecks Prüfung probabilistischer Vorhersagen gemäß der üblichen Interpretation der Quantentheorie präparieren läßt? Seine Bedeutung ist ähnlich der der Wellenfunktion eines Festkörpers $\Psi_{\text{Festkörper}}$, die es erlaubt, dessen Struktur und seine sonstigen Eigenschaften (wie z.B. sein Anregungsspektrum) zu bestimmen. Ähnlicherweise wird in der Quantenfeldtheorie ein Zustandsvektor des Vakuums Ψ_{Vakuum} (also eines unendlich ausgedehnten Universums im Grundzustand der Materie) benutzt, um Aussagen über die Eigenschaften der Elementarteilchen zu erhalten – nicht aber, um statistische Untersuchungen mit einem Ensemble von Exemplaren eines gleichermaßen präparierten Vakuums zu beschreiben. Eine Wellenfunktion des Universums sollte ins-

besondere in der Lage sein, durch ihre raumzeitliche Struktur den thermodynamischen Zeitpfeil zu beschreiben. Da sie auch das Gravitationsfeld enthalten muß, kann das aber nicht mittels eines absoluten Zeitparameters geschehen, sondern nur noch mittels *Korrelationen* zwischen physikalischen “Uhren” (*relativen* Bewegungsvorgängen aller Art - s. den folgenden Abschnitt).

Die diversen *Subsysteme* des Universums besitzen unter der Annahme der Existenz einer universellen Wellenfunktion statt “reiner” Quantenzustände nur noch *Dichtematrizen* ρ , die durch “Ausspuren” der Umgebung definiert sind und formal den Phasenraumverteilungen $\rho(p,q)$ von Zuständen der klassischen Physik zur Darstellung einer unvollständigen Information entsprechen. Sie können aber keiner unitären Dynamik (entsprechend einem Determinismus der Einzelzustände) mehr unterliegen. Zwar können sie zu jeder festen Zeit durch (verschiedene) Ensemble von Wellenfunktionen dargestellt werden, sind hier aber durch den als real anzunehmenden reinen Gesamtzustand und nicht mehr durch unvollständige Information bestimmt. Insbesondere wären auch die Dichtematrizen aller Subsysteme unzureichend, um den Gesamtzustand (beispielsweise seinen Gesamtdrehimpuls) zu bestimmen, da sie nicht mehr die wesentlichen Quantenkorrelationen enthalten.

Die formale Analogie verleitet häufig zu dem Fehlschluß, daß die Dichtematrizen der Subsysteme eine statistische Interpretation der Quantenmechanik *begründen*, zumal das erwähnte unvermeidbare decoherence dazu führt, daß die Wellenfunktionen makroskopischer Meßapparate bei rein *lokaler* (das heißt hier immer unvollständiger) Betrachtung gerade in solche scheinbaren Ensemble von Wellenpaketen übergehen, die genau deren klassischen Eigenschaften (Zeigerstellungen) mit den beobachtbaren Wahrscheinlichkeiten entsprechen. So interessant und wichtig diese Erkenntnis zum Verständnis klassischer Eigenschaften auch ist, entspräche das hier einem Zirkelschluß, da das Konzept der Dichtematrizen selber nur durch die Wahrscheinlichkeitsinterpretation (etwa zur Berechnung von Erwartungswerten) zu begründen ist. Z.B. werden eben *alle* in dem formalen Ensemble des lokalen Systems enthaltenen Wellenfunktionen zur Darstellung der “realen” Dichtematrix (ebenso wie für den reinen Gesamtzustand) benötigt, so daß keine davon durch reine Informationsvermehrung “herausgegriffen” werden kann, wie es häufig irreführend dargestellt wird.

Der Meßprozeß stellt sich vielmehr im Rahmen der quantenmechanischen Dynamik so dar, daß aus dem beliebigen Zustand der Form $\sum c_n \phi_n$ eines mikroskopischen Systems durch Wechselwirkung mit dem "Rest der Welt" Φ_0 , (der den Meßapparat sowie den Beobachter enthält) ein korrelierter Gesamtzustand $\sum c_n \phi_n \Phi_n$ entsteht. Sobald die im Zustand Φ_n enthaltene "Zeigerstellung n" makroskopisch geworden ist - und erst recht, wenn der Beobachter das Ergebnis wahrgenommen hat - sind die diversen Komponenten der Wellenfunktion des Universums, die sich durch dieses Meßergebnis unterscheiden, dynamisch beliebig gut voneinander unabhängig. Die Zustände ihrer lokalen Subsysteme "spüren" dann nichts mehr voneinander. Von ihrem Standpunkt verhalten sich die Komponenten wie unabhängige quasi-klassische "Welten", obwohl sie nur in ihrer vollständigen Superposition eine "Quantenwelt" bilden. Dieses Ergebnis stellt die beobachtete Situation völlig ausreichend dar; der *Kollaps der Wellenfunktion*, d.h. die Annahme des Verschwindens aller übrigen Komponenten aus der hier angenommenen "Quantenrealität" ist genauso überflüssig wie diejenige eines Verschwindens von Gegenständen aus der klassischen Realität beim Beenden ihrer Beobachtbarkeit (etwa wenn sie für immer "hinter den Mond" oder besser in ein Schwarzes Loch geschossen werden).

"Aus den Augen - aus dem Sinn" ist kein kosmologisch brauchbares Konzept. Niemand käme auf die Idee, die Naturgesetze so abzuändern, daß ein Gegenstand durch das Schließen der Augen vorübergehend verschwände! Zur Erklärung des Phänomens genügt auch hier die Berücksichtigung der Tatsache, daß der Zustand der Netzhaut und damit des Sehentrums vom Gegenstand dynamisch entkoppelt. Analoges passiert mit den verschiedenen Komponenten der Wellenfunktion des Universums nach einem meßprozeßartigen Vorgang. Die Interpretation einer Quantenkosmologie verlangt also nur eine neuartige Einordnung des physikalischen *Beobachters* in die neuartige physikalische Realität. Das "Restproblem" des Meßprozesses, welches über die Dekohärenz hinausgeht, erscheint also epistemologischer und nicht dynamischer Natur.

Ein quantitativer Unterschied im obigen Vergleich besteht allerdings darin, daß es beim quantenmechanischen Meßprozeß nur in der Ausnahmesituation "mikroskopischer Meßapparate" (bei denen eine Wechselwirkung wie oben, aber noch kein *decoherence*

durch die Umgebung auftritt) praktisch möglich ist, doch noch einmal zu prüfen, ob die anderen Komponenten noch da sind (in der Analogie: die Augen noch einmal zu öffnen). Daher hat es sich als pragmatisch gerechtfertigt erwiesen, die Existenz der “anderen” Komponenten zu leugnen, sobald das decoherence praktisch irreversibel ist. Das geht allerdings auf Kosten der dynamischen Konsistenz der Theorie.

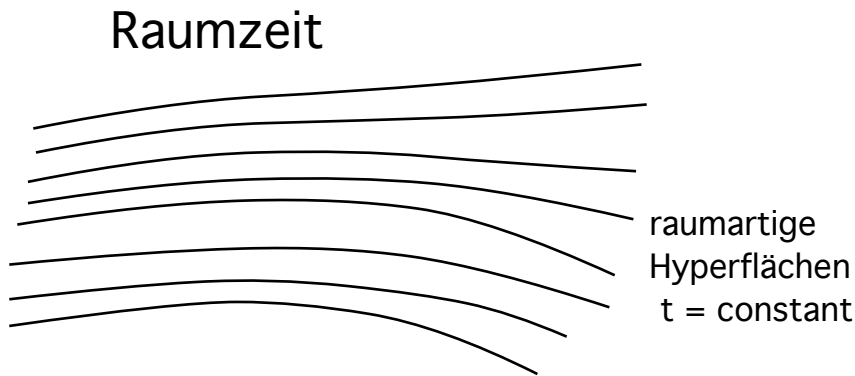
Wann immer man es praktisch noch nachprüfen konnte (also bei einer realisierbaren Abschirmung gegen decoherence), hat sich die fortdauernde Existenz aller Komponenten durch Interferenzphänomene auch bestätigen lassen. Da der *Kollaps der Wellenfunktion* einem Außerkraftsetzen der Schrödingergleichung entspräche, wird er häufig als ein Akt der Informationsvermehrung angesehen. Dieser könnte dann aber im Widerspruch zur Thermodynamik kein physikalischer Vorgang mehr zugeordnet werden (s. z.B. Zeh, 1989). Durch die Beschränkung der Betrachtung auf Subsysteme des Universums, die insbesondere den Beobachter ausschließen, verschiebt man das Problem lediglich nach außerhalb des jeweiligen Betrachtungshorizonts.

3. Einige Grundbegriffe und Konsequenzen der Quantengravitation

Wesentlicher Teil des Universums ist sein Gravitationsfeld, d.h. seine metrische Raumzeitstruktur. Zur kanonischen Quantisierung der Gravitation hat man zunächst die elegante, Raum und Zeit zu einer Einheit zusammenfassende Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie zugunsten einer “zeitabhängigen” hamiltonschen Formulierung aufzugeben (ohne dabei den Inhalt der Theorie zu ändern). Dazu führt man eine (beliebige) raumartige “Foliation” (oder “3+1-Zerlegung”) der Raumzeit in raumartige Hyperflächen ein, die konstanten Werten einer willkürlichen Zeitkoordinate t entsprechen.

Bei vorgegebener Raumzeit-Geometrie ${}^{(4)}G$ induziert diese Prozedur auf allen Hyperflächen räumliche (dreidimensionale) Geometrien ${}^{(3)}G(t)$, worunter man jeweils die abstrakten (koordinatenunabhängigen) Geometrien versteht (das sind die Topologien und inneren Krümmungen). Diese “Dreiergeometrien” ${}^{(3)}G$ stellen dann sich als die

Zustandsvariablen der Allgemeinen Relativitätstheorie heraus (entsprechend den Ortsvariablen q der Mechanik, wo etwa N zeitabhängige Punkte im dreidimensionalen Raum den Zustand von N Partikeln darstellen).



Eine *Bahn* im Zustandsraum (analog zu $q(t)$) ist dann durch eine *Funktion* ${}^{(3)}G(t)$ von der willkürlichen Zeitkoordinate gegeben, die eine Raumzeitgeometrie ${}^{(4)}G$ festlegt. Da die Foliation ebenfalls willkürlich ist, entsprechen einer ${}^{(4)}G$ jedoch *vielerlei* jeweils beliebig parametrisierte Bahnen ${}^{(3)}G(t)$. Wie in der Mechanik muß man zunächst zwischen einer zeitabhängigen Bahn, z.B. $x(t), y(t)$ für eine zweidimensionale Bewegung, und der zeitfreien Bahn, hier $y(x)$, unterscheiden. Letztere enthält keine Information darüber, wie sie in Abhängigkeit von der Zeit t durchlaufen wird, jedoch ist in der Allgemeinen Relativitätstheorie die Zeitkoordinate t eben ohne jede physikalische Bedeutung. Mach hat als einer der ersten Physiker gefordert, daß im Gegensatz zu Newtons Postulat kosmologisch nur zeitlose Bahnen, also nur *Vergleiche* von Bewegungsvorgängen, sinnvoll sein sollten.ⁱ Jede Foliation von ${}^{(4)}G$ (ohne Festlegung der numerischen Zeitkoordinate t) entspricht aber einer solchen zeitfreien Bahn.

Das Machsche Prinzip drückt sich in der Allgemeinen Relativitätstheorie durch die "Reparametrisierungsinvarianz" d.h. durch die Invarianz der Einstein-Gleichungen un-

ⁱ Die Gültigkeit dieses Machschen Prinzips für die Allgemeine Relativitätstheorie wird häufig bestritten, da Mach es - bei seinem Kenntnisstand ganz natürlich - für die Dynamik der Materie allein formuliert hat.. Es erscheint aber als "scholastische Haarspalterei", ihm die Verallgemeinerung seines Prinzips auf die erst später entdeckte Dynamik der Geometrie (als eines "physikalischen Objekts") zu verweigern.

ter Koordinatentransformationen, darunter auch den (sinnvollerweise monotonen) Zeittransformationen $t \rightarrow t' = f(t)$. Diese Eigenschaft sollte auch in einer vereinheitlichten Theorie aller Kräfte erhalten bleiben.

Wie stets in der Quantentheorie würden aber auch in der Quantengravitation *Bahnen* der Unschärferelation widersprechen. Es kann also in ihr keine definierte Raumzeit ${}^{(4)}G$ mehr geben! Stattdessen wäre die Existenz einer Wellenfunktion $\Psi[{}^{(3)}G, \text{Materie}; t]$, die einer Schrödingergleichung $i\partial\Psi/\partial t = H\Psi$ genügt, zu erwarten. Sie würde dann formal eine Wahrscheinlichkeitsamplitude für alle Dreiergeometrien (unabhängig von der Wahl einer Foliation) und für alle Materiefelder auf ihnen bestimmen. Die Quantisierung der Gravitation führt also wegen deren universeller Bedeutung ebenfalls auf das Konzept einer Wellenfunktion des Universums, wie es schon aus Konsistenzgründen ohne Gravitation notwendig erschien.

Die Reparametrisierungsinvarianz der klassischen Theorie läßt sich bei Quantisierung nur noch durch die stationäre Form $H\Psi = 0$ erfüllen, da eine Reparametrisierung bahnabhängig wäre. Diese *Wheeler-DeWitt-Gleichung* (auch *Einstein-Schrödinger-Gleichung* genannt) erzwingt also zeitunabhängige (stehende) Wellen $\Psi[{}^{(3)}G, \text{Materie}]$ und erlaubt *keine* zeitabhängigen Wellenfunktionen $\Psi[{}^{(3)}G, \text{Materie}; t]$. Wie ist dann aber noch irgendeine *Veränderung* der Welt zu beschreiben? Wie läßt sich insbesondere eine zeitliche Asymmetrie formulieren, die mittels der diversen physikalischen "Zeitpfeile" zwischen Vergangenheit und Zukunft unterscheiden kann (vgl. Zeh, 1992)?

Die Lösung dieses Dilemmas ergibt sich aus der Struktur der Theorie. Klassisch wären alle *physikalischen* Zeiten (die Eigenzeiten) als Bahnlängen durch die Raumzeitgeometrie ${}^{(4)}G$ (zu unterscheiden von den Bahnen durch den Konfigurationsraum) unabhängig von der Wahl irgendwelcher Foliationen und Zeitkoordinaten t bestimmt. Andererseits bestimmen aber zwei räumliche Geometrien, ${}^{(3)}G_0$ und ${}^{(3)}G$, im allgemeinen eine zugehörige Lösung ${}^{(4)}G$ der Einstein-Gleichungen und damit bereits ihren zeitlichen Abstand längs aller sie verbindenden Bahnen durch die Raumzeit. Im Gegensatz dazu würden zwei Zustände der Mechanik, z.B. zwei die Erddrehung charakterisierende

Winkel ϕ_0 und ϕ , zusätzlich die Kenntnis einer *Anfangsgeschwindigkeit* erfordern, um Information über die Zeitdifferenz zwischen ihnen geben zu können.

Mit anderen Worten: ${}^{(3)}G$ trägt das physikalische Zeitmaß (für zeitliche Abstände von anderen Drei-Geometrien) bereits in sich. Eine formal stationäre Wellenfunktion $\Psi[{}^{(3)}G, \text{Materie}]$ ist zeitabhängig vermöge ihres ersten Arguments! ${}^{(3)}G$ ist aber eine dynamische Variable - kein klassischer Parameter mehr - so daß die Zeit mit der Gravitation quantisiert worden ist. Ψ ist nach konventioneller Interpretation eine Wahrscheinlichkeitsamplitude für das Zeitmaß, nicht mehr eine Funktion einer vorgegebenen, äußeren und absoluten (klassischen) Zeit. Anstelle von *Zeitabhängigkeiten* sind durch die Wellenfunktion Ψ nur *Quantenkorrelationen* aller dynamischen Variablen mit geeigneten physikalischen Zeitmaßen ("Uhren") definiert. Die Quantenkorrelationen ersetzen auch die im allgemeinen eindeutigen Korrelationen der zeitfreien Bahn.

Die Situation wird anschaulicher (und geht gleichzeitig über das Gesagte hinaus), wenn man sie explizit für friedmannartige Kosmologien betrachtet. In diesem Fall wird erstaunlicherweise die dynamische Masse, die dem Expansionsparameter a des Gesamtuniversums zuzuordnen ist, wegen der universellen Attraktion der Gravitation negativ. Wenn $\alpha = \ln a$ den Logarithmus des Expansionsparameters bedeutet und x_i für die übrigen (unendlich vielen) Freiheitsgrade steht, nimmt der Hamiltonoperator aus der Wheeler-DeWitt-Gleichung bei geeigneter Wahl dieser Variablen die Form

$$H = +\left(\frac{\partial}{\partial \alpha}\right)^2 - \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i}\right)^2 + V(\alpha, \{x_i\})$$

an. Der üblicherweise auftretende Laplace-Operator der kinetischen Energie wird dadurch zum d'Alembertschen Operator einer Wellengleichung. Dieses Vorzeichen gibt dem Konfigurationsraum also eine lorentzsche Metrik, die ihm zur Bezeichnung "Superraum" verhalf. α erscheint in diesem Sinne als eine zeitartige Variable. Die Struktur der Gleichung erlaubt keine in α lokalisierten, sondern nur mit α propagierende Wellenpakete. Man kann von der Wiedergewinnung der durch die Reparametrisierungsinvarianz verlorengegangenen Zeit sprechen.

Diese Eigenschaft führt zu der wichtigen Konsequenz, daß das Randwertproblem der scheinbar stationären Schrödingergleichung $H\Psi = 0$ zu einem *Anfangs-* (oder *End-*) wertproblem in α wird. So läßt sich insbesondere ein universelles Anfangswertproblem bei $a \rightarrow 0$ ($\alpha \rightarrow -\infty$) definieren: Die Wellenfunktion und ihre Ableitung nach a determiniert die Wellenfunktion im gesamten Superraum. Der Wert $a = 0$ charakterisiert aber sowohl den Big Bang als auch den Big Crunch, im Sinne der intrinsischen Zeit α also nur einen einzigen *Zustand*, (den “Big Brunch”). Quantenkosmologisch gibt es nur die formale Superposition von expandierendem und kollabierendem Universum in Form einer stehenden Welle, wobei “dynamische Korrelationen”, die aber nicht quasiklassisch über einen Umkehrpunkt der Expansion fortsetzbar zu sein scheinen, durch die Wheeler-DeWitt-Gleichung erzwungen werden.

Viele Kosmologen (so etwa auch Hawking und Vilenkin) interpretieren die Wellenfunktion des Universums wesentlich in einem semiklassischen Sinne, indem sie (gegebenfalls auch umkehrende) Bahnen gemäß der geometrischen Optik im Superraum betrachten, denen sie dann (mittels des Vorzeichens eines willkürlichen Bahnparameters) wieder eine Richtung geben. Eine solche Interpretation widerspricht jedoch den Prinzipien der Quantentheorie.

Insgesamt sind in der Quantengravitation *drei* Zeitkonzepte zu unterscheiden:

erstens ein *Zeitparameter* t , der in der Einstein-Schrödingergleichung zu erwarten wäre, aber wegen der Reparmetrisierungsinvarianz automatisch eliminiert wird,

zweitens die *zeitartige Variable* α der Ausdehnung, die eine intrinsische Dynamik der exakten Wheeler-DeWitt-Gleichung definiert, und

drittens eine *WKB-Zeit*, die sich nur gebiets- und näherungsweise im Sinne der geometrischen Optik längs Bahnen der globalen Geometrie ${}^{(3)}G$ durch ihren Konfigurationsraum ergibt Sie kann durch decoherence zu einer “klassischen” Eigenschaft werden und im Rahmen dieser Näherung die Rolle eines *Kontrolleurs aller materiellen Bewegungen* (z.B. materieller Uhren) sowie aller höheren Multipole der Geometrie übernehmen (s. Banks 1985). Sie entspricht dem von uns normalerweise benutzten Zeitparameter in der Dynamik lokaler Systeme.

Wie in dieser Konferenzreihe schon von Claus Kiefer diskutiert wurde, führt der Unterschied zwischen dem zweiten und dritten Zeitbegriff bei rekollabierenden Universen auf eine Diskrepanz zwischen dem quantenmechanischen Wellen- und dem klassischen Bahndeterminismus, die erst durch eine (übliche) intrinsische “Endbedingung” der Normierbarkeit der Wellenfunktion mit $\alpha \rightarrow +\infty$ aufgehoben werden kann.

Im Gegensatz zur üblichen Dynamik bezüglich einer klassischen Zeit t ist die intrinsische Dynamik bezüglich α ,

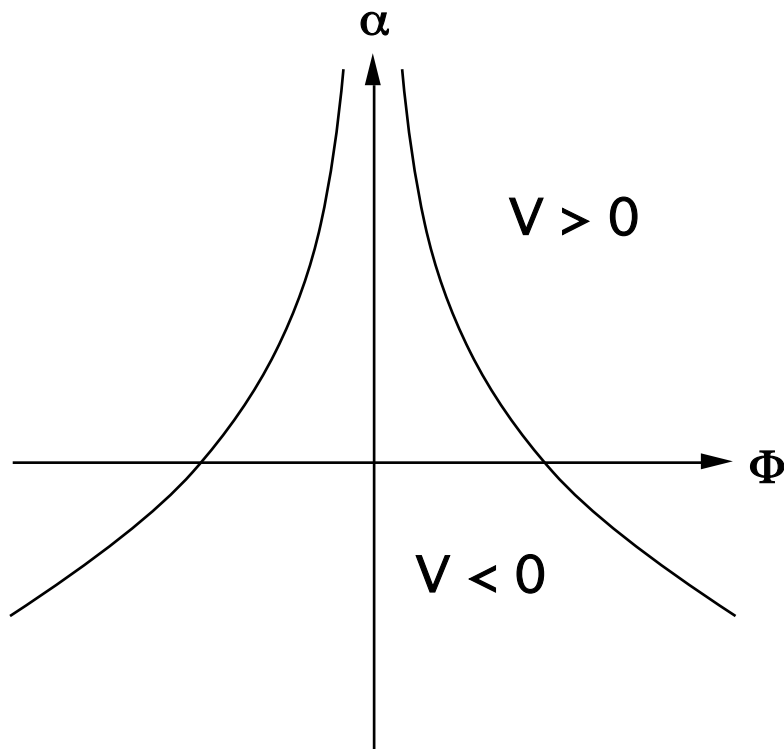
$$-(\partial/\partial\alpha)^2\Psi = \{ -\sum_1(\partial/\partial x_1)^2 + V(\alpha,\{x_i\})\}\Psi =: H_{\text{red}}^2\Psi,$$

aber nicht mehr symmetrisch unter einer Transformation $\alpha \leftrightarrow -\alpha$. Diese Asymmetrie unter intrinsischer Zeitumkehr rührt daher, daß das Potential $V(\alpha,\{x_i\})$ wegen der physikalischen Bedeutung von α nicht mehr invariant unter dieser Transformation sein kann. Es gibt also eine *dynamische* Auszeichnung der intrinsischen Zeitrichtung. Sie bildet den vielleicht aussichtsreichsten Kandidaten für den gesuchten “Urzeitpfeil”. Als Folge davon wird nämlich die Lösung Ψ der Wheeler-DeWitt-Gleichung selbst bei einer symmetrischen Randbedingung *nicht* symmetrisch unter dieser “intrinsischen Zeitumkehr” sein. (Eine andere Zeitumkehr ist nicht mehr definiert.) Eine symmetrische Randbedingung wäre z.B. durch die übliche Quadrat-Integrabilität der Wellenfunktion bezüglich der dynamischen Variablen α bei $\alpha \rightarrow \pm\infty$ (sowie auf dem raumartigen Rand) gegeben, die wegen der formalen Interpretation von Ψ als Wahrscheinlichkeitsamplitude auch für die dynamische Variable α erzwungen zu sein scheint. Das resultierende Eigenwertproblem ist durchaus mit einem intrinsischen Anfangswertproblem vereinbar, da der “intrinsische” oder “reduzierte” Hamiltonoperator H_{red} wegen des unbestimmten Vorzeichens von V nicht hermitesch zu sein braucht. Das Eigenwertproblem (zum Eigenwert 0 des Wheeler-DeWitt-Hamiltonoperators) schränkt die zulässigen Lösungen des intrinsischen Anfangswertproblems allerdings auf eine Weise ein, die empfindlich von der globalen Natur der Lösung abhängt (vergleichbar den Konstanten der Bewegung in einem komplexen Problem), einer approximativen Lösung also unzugänglich ist.

Ein einfaches zweidimensionales Modell läßt sich als ein homogenes geschlossenes Friedmann-Universum mit einem reellen massiven Skalarfeld Φ definieren. Sein Potential ist

$$V(\alpha, \Phi) = -e^{4\alpha} + e^{6\alpha} m^2 \Phi^2 \quad (-c e^{-2\alpha}),$$

wobei der ad hoc eingeführte spekulative Zusatzterm in Klammern (das "Planckpotential") Unwägbarkeiten der kanonischen Quantengravitation im Bereich der Planckära $\alpha < 0$ approximativ berücksichtigen und eine Normierbarkeit für $\alpha \rightarrow -\infty$ ermöglichen soll.



Die exponentielle Abhängigkeit des Potentials von der zeitartigen Variablen α (s. die in der Figur skizzierten Nulllinien) führt zu einer starken Asymmetrie der Lösungen. Das Verschwinden der Φ -Abhängigkeit des Potentials für $\alpha \rightarrow -\infty$ erlaubt Lösungen der Form $\Psi(\alpha, \Phi) \rightarrow \Psi_0(\alpha) \rightarrow 0$. Genauer ergibt sich (Conradi und Zeh, 1991), daß dieses Verhalten so erreicht werden kann, daß $\Psi(\alpha, \Phi)$ für Ausdehnungen des Universums im Bereich der Plancklänge viel breiter als die selber in der Breite divergierenden α -abhängigen Eigenzustände des durch $-(\partial/\partial\Phi)^2 + V(\alpha, \Phi)$ definierten Oszillators in Φ wird. Das Universum ist also "anfänglich" (für $\alpha \rightarrow -\infty$) in einer symmetrischen Super-

position aller Amplituden des Materiefeldes Φ und damit in einer Superposition aller entsprechenden Anregungen. Es erfüllt dann eine sehr einfache und unstrukturierte symmetrische Anfangsbedingung (*symmetric initial condition* = SIC). Dagegen muß sich seine Wellenfunktion für $\alpha \rightarrow +\infty$ wegen des dort extrem unterschiedlichen Potentials V ganz anders verhalten, was eine *intrinsische Zeitrichtung* (nämlich die Richtung der Expansion des Universums) auszeichnet.

Ähnliches gilt auch für andere Freiheitsgrade als Φ , d.h. für alle x_i . Bei zunehmendem α (wachsendem Universum) gehen diese dann zunächst in die Grundzustände über und werden später (insbesondere in der vermuteten “inflationären Phase” des noch sehr jungen Universums, in der sich dieses exponentiell mit jedem physikalischen Zeitmaß ausgedehnt haben soll) teilweise stark angeregt. Das beschreibt den Übergang zur Komplexität dieser Welt, die sich quantenkosmologisch durch ihre Aufspaltung in sehr viele dynamisch unabhängige (quasiklassische) Komponenten ausdrückt.

Da keine absolute Zeit existiert, kann nach dieser Theorie nur die Struktur der den Beobachter enthaltenden Wellenfunktion darüber entscheiden, wie zeitliche Veränderung erlebt wird (offenbar nur als ein *expandierendes* Universum). In der Tat sind alle propagierenden Wellenpakete, die Bahnen im Superraum im Sinne der geometrischen Optik approximieren und damit Raumzeitgeometrien darstellen können, nicht über den Umkehrpunkt der kosmischen Expansion fortsetzbar.

Die SIC bedeutet also, daß das früheste (noch extrem dichte) Universum noch gar keine effektiven Freiheitsgrade besitzt. Die in deterministischen Theorien ganz unverständliche (weil extrem unwahrscheinliche) Anfangsbedingung niedriger Entropie, die den thermodynamischen Zeitpfeil erklären soll, ist hier auf triviale Weise erfüllt, da die Entropie zwar null aber trotzdem maximal bezüglich der vorhandenen Freiheitsgrade ist. Die (mit α) ohne determinierende Ursachen (“aus dem Nichts”) erst *entstehenden* Freiheitsgrade liefern dann die für die Irreversibilität nötige, anfangs leere Entropie-Kapazität.

Diese Konsequenzen lassen den im Grunde “konservativen” (nur aus wohlbestätigten Theorien extrapolierten) Begriff einer Wellenfunktion des Universums äußerst vielver-

sprechend erscheinen. So vermag er bei entsprechenden Randbedingungen das Auftreten von Horizonten und Singularitäten in der Raumzeit zu vermeiden (ähnlich wie im Wasserstoffatom). In einem geschlossenen (rekontrahierenden) Universum, zum Beispiel, würde die sich dem potentiellen Horizont eines Schwarzen Loches nähernde Materie eine divergierenden Zeitdilatation erfahren, die sie rechtzeitig vor dessen Erreichen unter den Einfluß des inversen thermodynamischen Zeitpfeil in der Kontraktionsphase des Universums zwingt. Dort müßten dem Schwarzen Loch unter dem Einfluß der avancierten Strahlung "Haare wachsen", die es wieder expandieren lassen, wie sie in einem zeitsymmetrischen Universum erforderlich ist (Zeh, 1993).

Literatur

Banks, T., TCP, quantum gravity, the cosmological constant and all that, Nucl. Phys. **B249**, 332 (1985)

Conradi, H. D. and Zeh, H. D., Quantum cosmology as an initial value problem. Physics Letters **A154**, (1991), 321

Gell-Mann, M., and Hartle, J. B., Quantum Mechanics in the Light of Quantum Cosmology, in: W. H. Zurek (Hsg.), Complexity, Entropy and the Physics of Information, New York: Addison Wesley, 1990

Zeh, H. D., The Physical Basis of the Direction of Time, Heidelberg: Springer, 1989 (Zweite Auflage 1992)

Zeh, H.D. Time (a-)symmetry in a recollapsing quantum universe. in: Halliwell, J.J.Perez-Mercader, J.P., and Zurek, W.H (Hrsg.), Physical Origins of Time Asymmetry. Cambridge: CUP, 1994

Zurek, W.H., Decoherence and the Transition from Quantum to Classical. Physics Today **44**(Oct.), 36 (1991)