Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Simon Trebst
Michael Becker, Peter Bröcker

Computerphysik

Übungsblatt 1

SS 2013

Website: http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2013-CompPhys.html
Abgabedatum: 23. April 2013

Auf diesem ersten Übungsblatt wollen wir die in der Vorlesung besprochenen **iterativen Verfahren** ein wenig vertiefen.

6. Fibonacci-Zahlen

4 Punkte

Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der **Fibonacci-Zahlen**

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

wobei $F_0 = 0$ und $F_1 = 1$ seien. Wie lautet F_{333}?

Die Fibonacci-Zahlen wachsen *asymptotisch* wie der goldene Schnitt $\phi = (1+\sqrt{5})/2$. Ermitteln Sie, wann dieses asymptotische Verhalten eintritt, indem Sie das Verhältnis F_{n+1}/F_n mit dem goldenen Schnitt vergleichen. Für welche Werte n liegt die Diskrepanz dieser beiden Verhältnisse unterhalb 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}?

7. Gumowski-Mira Attraktor

6 Punkte

Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der folgenden Sequenz von Koordinaten (x_n, y_n)

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= y_n + a \cdot \left(1 + b \cdot y_n^2\right) \cdot y_n + f(x_n) \\ y_{n+1} &= -x_n + f(x_{n+1}) \end{aligned}$$

$$f(x) = c \cdot x + \frac{2 \cdot (1-c) \cdot x^2}{1+x^2},$$

wobei die Parameter a, b, c wie unten spezifiziert vorgegeben seien.

Stellen Sie die Sequenz (x_n, y_n) *graphisch* dar, indem Sie für jedes Koordinatenpaar einen Punkt an entsprechender Stelle setzen. Sie werden damit den sogenannten **Gumowski-Mira Attraktor** visualisieren.

Plotten Sie die ersten 100.000 Punkte der Sequenz für

$$\begin{aligned} a &= 0.026 \\ b &= -0.034 \\ c &= -0.802095 \end{aligned}$$

mit $(x_0, y_0) = (0.1, 0.1)$ im Koordinatenbereich $-18 \leq x \leq 22$ und $-14 \leq y \leq 12$.

Plotten Sie die ersten 100.000 Punkte der Sequenz für

$$\begin{aligned} a &= -0.05 \\ b &= 0.005 \\ c &= -0.495 \end{aligned}$$

mit $(x_0, y_0) = (0.085, 0.085)$ im Koordinatenbereich $-12 \leq x \leq 16$ und $-15 \leq y \leq 8$.

8. Zellulärer Automat

optionale Aufgabe – 6 Punkte

In dieser *optionalen Aufgabe* wollen wir einen **zellulären Automaten** betrachten, dessen Zellen durch drei Parameter $a, b, c \in [0, 1]$ beschrieben seien, welche die Konzentration dreier Spezies a, b, c beschreiben sollen. Anfänglich seien diese für jede Zelle unabhängig auf drei zufällige Werte in $[0, 1]$ gesetzt.

Wir iterieren nun den Zustand dieser Zellen, indem wir folgende Regel iterativ anwenden:

- Bestimme für jede Zelle die *durchschnittlichen* Werte der Konzentrationen $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ in der 3×3 Nachbarschaft der Zelle (wobei die Zelle selbst mit eingeschlossen sei).
- Der neue Zustand der Zelle sei gegeben durch

$$\begin{aligned} a &= \min\left(1.0\,,\, \bar{a} + \bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c})\right) \\ b &= \min\left(1.0\,,\, \bar{b} + \bar{b} \cdot (\bar{c} - \bar{a})\right) \\ c &= \min\left(1.0\,,\, \bar{c} + \bar{c} \cdot (\bar{a} - \bar{b})\right) \end{aligned}$$

Beachten Sie dabei, dass alle Zellen *gleichzeitig* in den neuen Zustand übergehen.

Schreiben Sie ein Programm, welchen den oben beschriebenen zellulären Automaten umsetzt. Visualisieren Sie den Zustand der Zellen, indem Sie eine der drei Konzentrationen, etwa a, farbkodiert darstellen. Iterieren Sie den zellulären Automaten ausgehend von einer zufälligen Anfangsverteilung. Unabhängig von dieser Startkonfiguration werden sich ab ca. 80 Iterationen regelmäasige Strukturen ausbilden. Beschreiben Sie diese.

Tip: Um Ihr Program zunächst zu debuggen, starten Sie mit einem kleinen Gitter von etwa 128×128 Zellen (nicht viel kleiner). Wenn Ihnen die visualisierten Strukturen zusagen, erhöhen Sie die Auflösung und simulieren einen erheblich grösseren Automaten.