

---

## Klassische Theoretische Physik II

### Blatt 11

---

WS 2012/13

**Abgabe:** Dienstag, den 15.01.2013 vor 10 Uhr im Holzkasten vor der Theorie

**Besprechung:** Donnerstag, den 17.01.2013 in den Übungsstunden

**Website:** <http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2012-KTP2.html>

**Fragestunde:** Die Fragestunde zu den Übungen findet Donnerstags zwischen 13:30 und 14:30 im Foyer der physikalischen Institute statt.

#### 45. Lorentztransformation des Feldstärketensors (4 Punkte)

In einem Inertialsystem  $\kappa$  seien  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  Lösungen der Maxwellgleichungen. Ein anderes Inertialsystem  $\kappa'$  bewege sich mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  relativ zu  $\kappa$ .

Zeigen Sie, dass die neuen Lösungen  $\mathbf{E}'$  und  $\mathbf{B}'$  in  $\kappa'$  gegeben sind durch:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}'_{\parallel} &= \mathbf{E}_{\parallel}, & \mathbf{E}'_{\perp} &= \gamma \left( \mathbf{E}_{\perp} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \\ \mathbf{B}'_{\parallel} &= \mathbf{B}_{\parallel}, & \mathbf{B}'_{\perp} &= \gamma \left( \mathbf{B}_{\perp} - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E} \right)\end{aligned}$$

$\mathbf{E}_{\parallel/\perp}$  bzw.  $\mathbf{B}_{\parallel/\perp}$  bezeichne jeweils die Komponente von  $\mathbf{E}$  bzw.  $\mathbf{B}$  parallel bzw. senkrecht zu  $\mathbf{v}$ .

**Hinweis:** Eine geschickte Wahl der Koordinatensysteme kann sehr hilfreich sein.

#### 46. Tscherenkow Strahlung (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die retardierte Zeit als Nullstellen der Retardierungsbedingung  $f_{\mathbf{r}}(t') = t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{w}(t')|}{c'}$  kennengelernt. Für gleichförmige Bewegungen mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  und  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$  vereinfacht sich diese zu

$$(t - t')^2 (c'^2 - v^2) - 2\tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v}(t - t') - \tilde{\mathbf{R}}^2 = 0.$$

Machen Sie sich klar, dass diese Gleichung gelöst wird durch

$$(t - t') = (c'^2 - v^2)^{-1} \left( \tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v} \pm |\tilde{\mathbf{R}}| c' \left( 1 - \frac{v^2}{c'^2} \sin^2(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} \right).$$

$\theta$  ist der Winkel zwischen  $\tilde{\mathbf{R}}$  und  $\mathbf{v}$ . Für  $v < c$  strahlen, die durch diese Bedingung erhaltenen Felder, keine Energie ab. Sie sollen sich nun den umgekehrten Fall genauer anschauen.

Auf den ersten Blick widerspricht dieser Fall der Relativitätstheorie, es ist jedoch möglich, dass die reale Lichtgeschwindigkeit  $c'$  in einem Medium unter der absoluten Lichtgeschwindigkeit  $c$  liegt. Dies ist zum Beispiel in Wasser der Fall. Treten durch radioaktiven Zerfall sehr schnelle Elektronen in das Kühlwasser eines Kernreaktors, leuchtet dieser bläulich. Dieser Effekt wird Tscherenkow-Strahlung genannt.

Untersuchen Sie nun, welche Werte für  $\theta$  sind erlaubt? Wie verhalten sich die Lienard-Wichert-Potentiale? (Sie brauchen diese nicht explizit anzugeben.)

## 47. Lorentz-Tensoren

(4 Punkte)

Zeigen Sie:

- Ist  $T_{\beta_1}^{\alpha_1\alpha_2}$  ein Lorentz-Tensor, so ist die Kontraktion  $S^\alpha := T_\mu^{\alpha\mu}$  ebenfalls ein Lorentz-Tensor,  $U_\beta := T_\beta^{\mu\mu}$  dagegen aber kein Lorentz-Tensor.
- Sind  $T_{\beta_1}^{\alpha_1\alpha_2}$  und  $S_\delta$  Lorentz-Tensoren, so ist auch das Tensorprodukt  $T_{\beta_1}^{\alpha_1\alpha_2} S_\delta$  ein Lorentz-Tensor.
- Ist  $T^{\mu\nu}$  ein (anti-)symmetrischer Lorentz-Tensor, d.h.  $T^{\mu\nu} = (-)T^{\nu\mu}$ , so ist auch der Lorentz-transformierte Tensor  $T'^{\mu\nu}$  (anti-)symmetrisch.

## 48. Kovariante Formulierung der Elektrodynamik

(4 Punkte)

- Drücken Sie  $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$  durch  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  aus. Kommt Ihnen der Ausdruck bekannt vor?
- Zeigen Sie die sog. Bianchi-Identität

$$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0.$$

**Hinweis:** Einstein'sche Summenkonvention in Aufgaben 47 & 48