
Klassische Theoretische Physik II

Blatt 12

WS 2012/13

Abgabe: Dienstag, den 22.01.2013 vor 10 Uhr im Holzkasten vor der Theorie

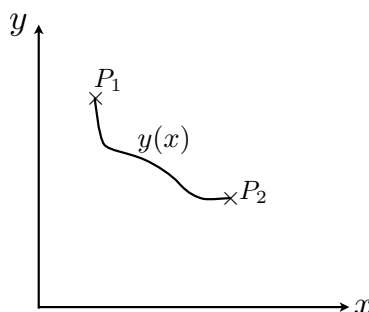
Besprechung: Donnerstag, den 24.01.2013 in den Übungsstunden

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2012-KTP2.html>

49. Brachistochrone

(4 Punkte)

Ein Körper der Masse m gleitet reibungsfrei auf der Bahnkurve $y(x)$ von $P_1 = (x_1, y_1)$ nach $P_2 = (x_2, y_2)$, wobei $y_2 < y_1$ und der Körper in P_1 ursprünglich in Ruhe ist. Bestimmen Sie die Bahnkurve $y(x)$, auf der der Körper am schnellsten von P_1 nach P_2 kommt.



Tipp: Zeigen Sie zunächst, dass für eine Lagrangefunktion $\mathcal{L}(y, y', x)$, die nicht explizit von x abhängt — d.h. $\mathcal{L}(y, y', x) = \mathcal{L}(y(x), y'(x))$ — gilt:

$$\mathcal{L} - y' \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} = \text{const.}$$

Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung durch

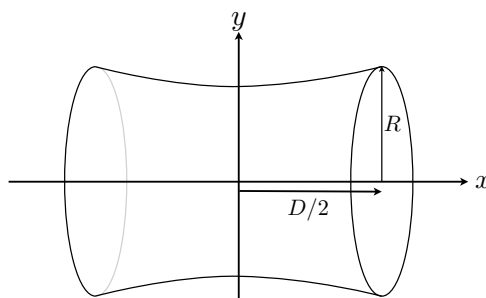
$$\begin{aligned} x &= c(\theta - \sin \theta) + x_0 \\ y &= -c(1 - \cos \theta) + y_0 \end{aligned}$$

gelöst wird und bestimmen Sie die Konstanten x_0 , y_0 und c . Sie brauchen c nicht explizit auszurechnen. Skizzieren Sie die Lösung für die Fälle $(x_2 - x_1) < (y_1 - y_2)$, $(x_2 - x_1) > (y_1 - y_2)$ und $y_1 = y_2$.

50. Seifenhaut

(4 Punkte)

Zwischen zwei parallelen Drahtkreisen mit Radius R spannt sich eine Seifenhaut. Die beiden Kreise stehen im Abstand D senkrecht auf der Verbindungslinie zwischen den Mittelpunkten. Bestimmen Sie die Form der Seifenhaut indem Sie die Oberfläche minimieren. Wie verhält sich die Haut beim langsamen Auseinanderziehen der Drahtringe?



51. Entropie

(4 Punkte)

Wir betrachten ein System von N Teilchen mit Masse m in einem endlichen Volumen V . Jedes Teilchen hat einen Impulsvektor \vec{p}_i und eine Ortskoordinate \vec{q}_i . Der Vielteilchenzustand wird durch die Zustandsdichte

$$\rho(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N, \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_N)$$

beschrieben. Die Zustandsdichte ist normiert: $\int \rho d\Gamma = 1$ mit $d\Gamma = d^3q_1 \dots d^3q_N d^3p_1 \dots d^3p_N$. Die Gesamtenergie des Systems ist konstant— $E = \int \rho H(q_1, \dots, q_N, p_1, \dots, p_N) d\Gamma$ — wobei wir einfachheitshalber annehmen, dass die Teilchen nur kinetische Energie, aber keine potentielle Energie haben, dh.

$$H(q_1, \dots, q_N, p_1, \dots, p_N) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m}.$$

Wir wollen die (normierte) Zustandsdichte finden, die die Entropy

$$S[\rho] = \int (\rho \ln \rho) d\Gamma$$

bei konstanter Energie maximiert.

52. Isoperimetrisches Problem

(4 Punkte)

Die Enden eines Seils der Länge L sind bei den Punkten $(x_1, y_1) = (-d, 0)$ und $(x_2, y_2) = (d, 0)$ befestigt. Bestimmen Sie die Lage des Seils, so dass die Fläche zwischen dem Seil und der x -Achse maximal wird. Skizzieren Sie ihre Lösung für $L < \pi d$ und für $L > \pi d$.

53. Ankündigung für die Vorlesung “Computerphysik“ im Sommersemester

(0 Punkte)

Wir möchten all jene Studierende, die im kommenden Sommersemester die Vorlesung “**Computerphysik**“ hören werden, auf das Kurs-Angebot des Rechenzentrums aufmerksam machen. Speziell möchten wir auf die Möglichkeit hinweisen, in der vorlesungsfreien Zeit Programmierkenntnisse aufzufrischen oder neu zu erlernen, etwa in dem Kurs "Die Programmiersprache C", welcher als Workshop zwischen dem 25. Februar und 8. März angeboten wird, siehe http://webapps.uni-koeln.de/kurse/kurs_uebersicht.html#78

Die Kursanmeldung kann ab dem 15. Januar erfolgen. Es empfiehlt sich, die Anmeldung frühzeitig einzureichen.