Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Simon Trebst
Moritz Ernst, Dr. Maria Hermanns

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 14

WS 2012/13

Abgabe: Keine
Besprechung: Keine. Die Musterlösung ist ab 01.02. auf der Kurswebseite erhältlich.
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2012-KTP2.html

58. Sonderübung *(0 Punkte)*

Vor der Klausur wird eine Sonderübung angeboten. Diese findet am Montag, den 18.02. um 14 Uhr im Seminarraum im Gebäude 318 (der Container hinter den Physikalischen Instituten) statt. Falls Interesse daran besteht, schicken Sie bitte Moritz Ernst (email: me@thp.uni-koeln.de) eine Email mit Fragen oder Problemen, die er in der Sonderübung besprechen soll.

59. Freies Teilchen *(0 Punkte)*

Berechnen Sie mithilfe einer Legendretransformation die Hamiltonfunktion für ein freies Teilchen in

a) Zylinderkoordinaten $(x, y, z) = (r\cos\phi, r\sin\phi, z)$ mit Lagrangefunktion

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 + \dot{z}^2)$$

und

b) Kugelkoordinaten $(x, y, z) = (r\cos\phi\sin\theta, r\sin\phi\sin\theta, r\cos\theta)$ mit

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\sin^2(\theta)\dot{\phi}^2)\,.$$

60. Geladenes Teilchen im Magnetfeld *(0 Punkte)*

In der Vorlesung haben Sie die Lagrangefunktion eines geladenen Teilchens im Magnetfeld hergeleitet:

$$\mathcal{L}(\vec{r}, \vec{v}, t) = -\frac{mc^2}{\gamma} - e\phi(\vec{r}, t) + \frac{e}{c}\vec{v}\cdot\vec{A}(\vec{r}, t)\,.$$

Machen Sie die Rücktransformation zur Hamiltonfunktion.

61. Doppelpendel *(0 Punkte)*

Für kleine Auslenkungen ϕ_1 und ϕ_2 ist die Lagrangefunktion des Doppelpendels durch

$$\mathcal{L} = \frac{m_1+m_2}{2}l_1^2\dot{\phi}_1^2 + \frac{m_2}{2}l_2^2\dot{\phi}_2^2 + m_2 l_1 l_2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2 - \frac{m_1+m_2}{2}gl_1\phi_1^2 - \frac{m_2}{2}gl_2\phi_2^2$$

gegeben. Bestimmen Sie die zugehörige Hamiltonfunktion.

62. Perle auf rotierendem Draht *(0 Punkte)*

Eine Perle gleitet reibungsfrei auf einem geraden Draht, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeite ω in der horizontalen Ebene rotiert. Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion durch eine Legendretransformation der Lagrangefunktion und zeigen Sie, dass in diesem Fall $H \neq E$. Welche Vorraussetzungen muss das System erfüllen, damit $H = E$ ist?

63. Rotierendes Bezugssystem *(0 Punkte)*

Die Lagrangefunktion für ein Teilchen mit Masse m in einem rotierenden Bezugssystem ist durch

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\vec{v}^2 + m\vec{v}(\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \frac{m}{2}(\vec{\Omega} \times \vec{r})^2 - U(\vec{r}, t)$$

gegeben. $U(\vec{r}, t)$ sei ein beliebiges Potential und $\vec{\Omega} = \omega\hat{z}$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit ist und $\hat{z}$ die Rotationsachse. Bestimmen Sie die zugehörige Hamiltonfunktion.