
Klassische Theoretische Physik II

Blatt 9

WS 2012/13

Abgabe: Dienstag, den 18.12.2012 vor 10 Uhr im Holzkasten vor der Theorie

Besprechung: Donnerstag, den 20.12.2012 in den Übungsstunden

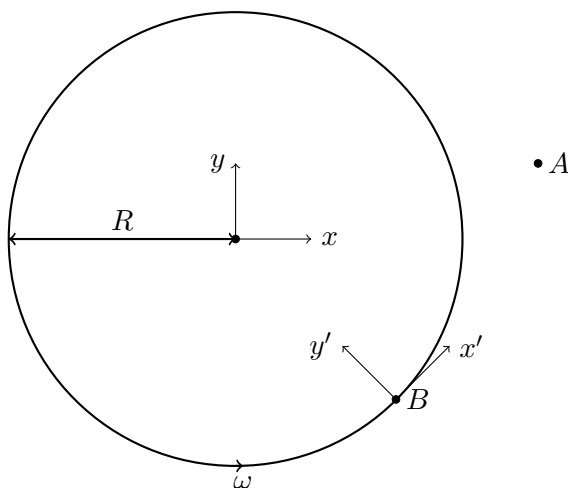
Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2012-KTP2.html>

Fragestunde: Die Fragestunde zu den Übungen findet Donnerstags zwischen 13:30 und 14:30 im Foyer der physikalischen Institute statt.

35. Nicht inertielle Systeme

(4 Punkte)

Ein Beobachter (B) sitze auf einer ortsfesten Scheibe, die sich mit Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigersinn drehe. Am Mittelpunkt der Scheibe befinde sich ein fixes Koordinatensystem \mathcal{B} , das von der Drehung entkoppelt sei. Der Beobachter führe sein eigenes Koordinatensystem mit sich \mathcal{B}' , welches er immer zum Mittelpunkt der Scheibe orientiere.



- a) Der Ortsvektor vom Punkt A sei $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$. Finden Sie seine Koordinaten im bewegten System \mathcal{B}' .
Beginnen Sie damit, die Koordinaten von B in \mathcal{B} zu einem günstigen Zeitpunkt zu bestimmen. Wie ist der Verbindungsvektor von A und B ? Beachten Sie schließlich, dass sich nicht nur B bewegt, sondern auch das Koordinatensystem \mathcal{B}' gedreht wird.
- b) B werfe nun zu einem Zeitpunkt t_0 einen Ball mit Geschwindigkeit \mathbf{v} in eine beliebige Richtung. Geben Sie, seine Bahnkurve in beiden Koordinatensystemen an.
- c) Sie befinden sich selbst auch in einem nicht inertiellen System. Wieso können Sie einen Ball dennoch geradeaus werfen?

36. Gruppeneigenschaften der Lorentztransformation (4 Punkte)

a) Zeigen Sie ausgehend von der Definition

$$\mathcal{L} = \{A \in M_4(\mathbb{R}) \mid g = A^t g A, g = \text{diag}(1, -1, -1, -1)\},$$

dass die Lorentztransformationen eine Gruppe bzgl. der Matrixmultiplikation bilden.

b) Seien $A(v)$ und $A(w)$ Matrizen, die eine Lorentztransformation in x -Richtung mit Geschwindigkeiten v bzw. w beschreiben. Nach a) beschreibt $A(v)A(w)$ ebenfalls eine Lorentztransformation in x -Richtung - aber mit welcher Geschwindigkeit?

Hinweis: Rechnen Sie konkret mit 2×2 -Matrizen und verwenden Sie Identitäten für hyperbolische Funktionen.

37. Lorentz-Invarianz der Wellengleichung (4 Punkte)

Sei $\Psi(x, t)$ eine Lösung der Wellengleichung,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi(x, t) = 0.$$

Zeigen Sie, dass der Lorentzboost

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

die Wellengleichung invariant lässt.

38. Instabilität des klassischen Atoms (4 Punkte)

In einem *klassischen* Wasserstoffatom läuft ein Elektron auf einer annähernd kreisförmigen Bahn vom Radius r mit Winkelgeschwindigkeit ω um ein als ortsfest angenommenes Proton. Aufgrund dieser Bewegung strahlt das Elektron beständig Energie in Form elektromagnetischer Wellen ab, verliert deshalb ständig an Energie und nähert sich somit dem Proton an.

Zeigen Sie, dass das Elektron innerhalb endlicher Zeit in das Proton stürzt. Bestimmen Sie diese Zeit für ein Elektron auf einer anfänglichen Kreisbahn mit einer Gesamtenergie von

$$E = -13.6 \text{ eV}.$$

Hinweis: Stellen Sie Frequenz ω und Radius r der (annähernden) Kreisbahn des Elektrons als Funktion der (negativen) Gesamtenergie $E \equiv -U$ des Elektrons dar. Beachten Sie, dass $U = U(t)$ und $\frac{dU(t)}{dt}$ durch die totale Strahlungsleistung gegeben ist. Letztere bestimmen Sie in Dipolnäherung mit Dipolmoment $p = er$.