Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Simon Trebst
Dr. Maria Hermanns

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 10

WS 2013/14

Abgabe: Mittwoch, den 08.01.2014 vor 10 Uhr in den Briefkästen vor der Theorie
Besprechung: Donnerstag, den 09.01.2014 in den Übungsstunden
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2013-KTP2.html

36. Gruppeneigenschaften der Lorentztransformation *(4 Punkte)*

a) Zeigen Sie ausgehend von der Definition

$$\mathcal{L} = \{A \in M_4(\mathbb{R}) | g = A^t g A,\ g = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1)\},$$

dass die Lorentztransformationen eine Gruppe bzgl. der Matrixmultiplikation bilden.

b) Seien $A(v)$ und $A(w)$ Matrizen, die eine Lorentztransformation in x-Richtung mit Geschwindigkeiten v bzw. w beschreiben. Nach a) beschreibt $A(v)A(w)$ ebenfalls eine Lorentztransformation in x-Richtung - aber mit welcher Geschwindigkeit?
Hinweis: Rechnen Sie konkret mit 2×2 -Matrizen und verwenden Sie Identitäten für hyperbolische Funktionen.

37. Lorentz-Invarianz der Wellengleichung *(4 Punkte)*

Sei $\Psi(x, t)$ eine Lösung der Wellengleichung,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Psi(x, t) = 0.$$

Zeigen Sie, dass der Lorentzboost

$$x' = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},\ t' = \frac{t - x\,\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

die Wellengleichung invariant lässt.

38. Längenkontraktion *(4 Punkte)*

Ein Ehepaar hat sich ein neues Auto mit Länge L_0 gekauft, ihre Garage ist allerdings nur $3L_0/4$ lang. Der Mann weiß ein wenig über die spezielle Relativitätstheorie. Er schlägt deshalb vor, dass seine Frau das Auto mit Geschwindigkeit $= \sqrt{3}c/2$ in die Garage fährt, so dass er die Garagentür hinter ihr schließen kann.

a) Beschreiben Sie die Situation aus Sicht des Mannes: wie lang ist das Auto von seinem Bezugssystem gemessen? Passt es in die Garage?

b) Beschreiben Sie nun die Situation aus Sicht der Frau. Wie lang ist das Auto in Verhältnis zur Garage von ihrem Bezugssystem? Passt das Auto in die Garage?

c) Erklären Sie das Paradox, dass Sie in **a)** und **b)** finden.

39. Raum- und zeitartige Abstände *(4 Punkte)*

a) **Zeitartige Abstände**
Betrachten Sie zwei Ereignisse, E_1 bei Zeit t_1 und Ort x_1 und E_2 zum Zeitpunkt $t_2 > t_1$ und Ort x_2, die einen zeitartigen Abstand

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 > 0$$

haben. Zeigen Sie, dass sie die Reihenfolge der Ereignisse nicht umdrehen können, dh. $t'_2 > t'_1$, egal welches Inertialsystem Sie betrachten. Welche Geschwindigkeit muss ein Boost haben, damit die Ereignisse E_1 und E_2 im neuen Inertialsystem am *gleichen* Ort stattfinden?
Tipp: Es genügt, wenn Sie einen Boost mit Geschwindigkeit v betrachten und zeigen, dass unabhängig von v gilt: $t'_2 > t'_1$.

b) **Raumartige Abstände**
Betrachten Sie nun zwei Ereignisse mit raumartigen Abstand: E_1 bei Zeit t_1 und Ort x_1 und E_2 zum Zeitpunkt $t_2 > t_1$ und Ort x_2, so dass

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 < 0\,.$$

Zeigen Sie, dass Sie in diesem Fall die Reihenfolge der Ereignisse vertauschen können. Wie müssen Sie die Geschwindigkeit des neuen Inertialsystems wählen, so dass die Ereignisse genau gleichzeitig stattfinden?