
Klassische Theoretische Physik II
Blatt 12

WS 2013/14

Abgabe: Dienstag, den 21.01.2014 vor 10 Uhr in den Briefkästen vor der Theorie

Besprechung: Donnerstag, den 16.01.2014 in den Übungsstunden

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2013-KTP2.html>

44. Compton-Effekt

(4 Punkte)

Ein Photon trifft auf ein ruhendes Elektron. Zeigen Sie, dass die Energie des Photons, E'_{ph} nach dem Stoß als Funktion der ursprünglichen Energie E_{ph} und des Streuwinkels $\theta = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ durch

$$\frac{1}{E'_{ph}} = \frac{1}{E_{ph}} + \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

gegeben ist, wobei m_e die Ruhemasse des Elektrons bezeichnet.

Hinweis: Benutzen Sie die Erhaltung des Viererimpulses.

45. Lorentz-Transformation des Feldstärketensors

(4 Punkte)

In einem Inertialsystem κ seien \mathbf{E} und \mathbf{B} Lösungen der Maxwellgleichungen. Ein anderes Inertialsystem κ' bewege sich mit Geschwindigkeit \mathbf{v} relativ zu κ .

Zeigen Sie, dass die neuen Lösungen \mathbf{E}' und \mathbf{B}' in κ' gegeben sind durch:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_{\parallel} &= \mathbf{E}_{\parallel}, & \mathbf{E}'_{\perp} &= \gamma \left(\mathbf{E}_{\perp} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \\ \mathbf{B}'_{\parallel} &= \mathbf{B}_{\parallel}, & \mathbf{B}'_{\perp} &= \gamma \left(\mathbf{B}_{\perp} - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E} \right) \end{aligned}$$

$\mathbf{E}_{\parallel/\perp}$ bzw. $\mathbf{B}_{\parallel/\perp}$ bezeichne jeweils die Komponente von \mathbf{E} bzw. \mathbf{B} parallel bzw. senkrecht zu \mathbf{v} .

Hinweis: Eine geschickte Wahl der Koordinatensysteme kann sehr hilfreich sein.

46. Kovariante Formulierung der Elektrodynamik

(4 Punkte)

a) Drücken Sie $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ durch \mathbf{E} und \mathbf{B} aus. Kommt Ihnen der Ausdruck bekannt vor?

b) Zeigen Sie die sog. Bianchi-Identität

$$\partial_{\lambda} F_{\mu\nu} + \partial_{\mu} F_{\nu\lambda} + \partial_{\nu} F_{\lambda\mu} = 0.$$

47. Tscherenkow Strahlung

(4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die retardierte Zeit als Nullstellen der Retardierungsbedingung $f_{\mathbf{r}}(t') = t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{w}(t')|}{c'}$ kennengelernt. Für gleichförmige Bewegungen mit Geschwindigkeit \mathbf{v} und $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$ vereinfacht sich diese zu

$$(t - t')^2(c'^2 - v^2) - 2\tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v}(t - t') - \tilde{\mathbf{R}}^2 = 0.$$

Machen Sie sich klar, dass diese Gleichung gelöst wird durch

$$(t - t') = (c'^2 - v^2)^{-1} \left(\tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v} \pm |\tilde{\mathbf{R}}| c' \left(1 - \frac{v^2}{c'^2} \sin^2(\theta)\right)^{\frac{1}{2}} \right).$$

θ ist der Winkel zwischen $\tilde{\mathbf{R}}$ und \mathbf{v} . Für $v < c$ strahlen die durch diese Bedingung erhaltenen Felder keine Energie ab. Sie sollen sich nun den umgekehrten Fall genauer anschauen, d.h. $v > c$. Untersuchen Sie, welche Werte für θ erlaubt sind. Welche physikalische Bedeutung hat der Winkel θ ? Fertigen Sie eine informative Skizze an, aus der die Wellenfront der Tscherenkow Strahlung, ihre Ausbreitungsrichtung und deren Relation zu θ ersichtlich wird.

Kommentar: Auf den ersten Blick widerspricht der Fall $v > c$ der Relativitätstheorie. Es ist jedoch möglich, dass die reale Lichtgeschwindigkeit c' in einem Medium unter der absoluten Lichtgeschwindigkeit c liegt. Dies ist zum Beispiel in Wasser der Fall. Treten durch radioaktiven Zerfall sehr schnelle Elektronen in das Kühlwasser eines Kernreaktors, leuchtet dieser bläulich. Dieser Effekt wird Tscherenkow-Strahlung genannt.