Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Simon Trebst
Dr. Maria Hermanns

Klassische Theoretische Physik II

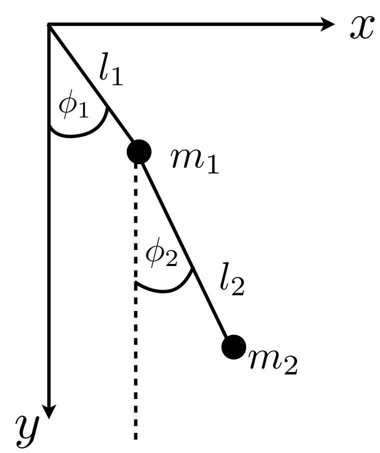
Blatt 14

WS 2013/14

Abgabe: Dienstag, den 04.02.2014 vor 10 Uhr in den Briefkästen vor der Theorie
Besprechung: Donnerstag, den 06.02.2014 in den Übungsstunden
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2013-KTP2.html

52. Doppelpendel *(4 Punkte)*

Ein Doppelpendel besteht aus zwei gekoppelten Pendeln mit Massen m_1 und m_2 und Längen l_1 und l_2 (siehe Bild).



a) Berechnen Sie die Lagrangefunktion dieser Anordnung.

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen ϕ_1 und ϕ_2 auf und bestimmen Sie die Eigenfrequenzen.

53. Bewegung im Zentralfeld *(4 Punkte)*

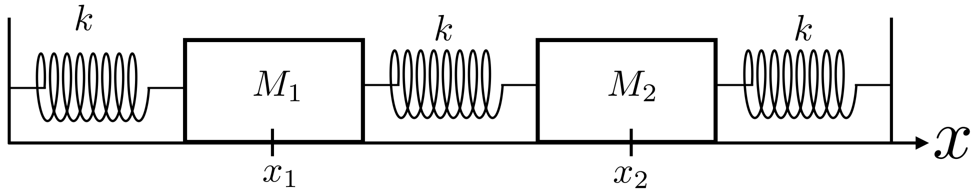
Betrachten Sie ein Teilchen mit Masse m in einem Zentralfeld $U(\vec{r}) = U(|\vec{r}|)$ mit $\vec{r} = (x, y, z)$. Zeigen Sie, dass in diesem System die Energie E und der Drehimpuls M Erhaltungsgrößen sind. Leiten Sie die Euler-Lagrange Gleichungen her— nehmen Sie hierfür einfachheitshalber an, dass der Drehimpuls in positive z-Richtung zeigt (warum ist das erlaubt?). Zeigen Sie, dass die Bahnkurve durch

$$\phi = \int \frac{M/r^2}{\sqrt{2m(E - U(r)) - M^2/r^2}} dr + \text{const.}$$

bestimmt ist, wobei ϕ der Winkel in der $x - y$-Ebene ist.

54. Gekoppelte Schwingungen *(4 Punkte)*

Zwei Massen sind durch identische Federn mit Federkonstante k gekoppelt und können sich reibungsfrei in der x-Richtung bewegen. Die Ruhelagen der Massen sind bei x_1 und x_2. Berechnen Sie die Hamiltonfunktion dieser Anordnung und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und lösen Sie diese. Skizzieren Sie ihre Lösung für den Fall $M_1{=}M_2$.



55. Atwoods Maschine *(4 Punkte)*

Atwoods Maschine ist eine Anordnung, mit der man die Erdanziehung messen kann. Zwei Massen m_1 und m_2 sind durch ein leichtes Kabel über eine Rolle miteinander verbunden. Vernachlässigen Sie die Masse des Kabels und das Trägheitsmoment der Rolle. Nehmen Sie außerdem an, dass sich die Rolle reibungsfrei bewegt.

a) Berechnen Sie $x_1(t)$ und $x_2(t)$ mithilfe der Newton'schen Mechanik.

b) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und bestimmen Sie die Erhaltungsgrößen in dieser Anordnung. Bestimmen Sie die Euler-Lagrange Gleichung und lösen Sie diese.