Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Simon Trebst
Dr. Maria Hermanns

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 15

WS 2013/14

Abgabe: Keine. Wir bieten stattdessen in Kürze eine **Musterlösung** auf der Kurswebseite an.
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2013-KTP2.html

56. Sonderübung *(0 Punkte)*

Vor der Klausur wird eine Sonderübung angeboten. Diese findet am Montag, den 17.02. um 9:00 Uhr im Seminarraum der THP statt. Falls Sie konkrete Fragen haben bzw. Vorschläge, was in der Sonderübung besprochen werden sollte, schicken Sie bitte eine Email an hermanns@thp.uni-koeln.de.

57. Relativistisches Teilchen *(0 Punkte)*

In der Vorlesung haben Sie die Hamiltonfunktion

$$H(\mathbf{p}) = \sqrt{m^2c^2 + \mathbf{p}^2c^2}$$

für ein relativistisches Teilchen hergeleitet.

a) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen aus der Hamiltonfunktion her.

b) Berechnen Sie nun die zugeörige Lagrangefunktion mit Hilfe einer Legendre-Transformation.

58. Poissonklammern *(0 Punkte)*

a) Wie ist die Poissonklammer $\{F, K\}$ zweier Größen F und K definiert?

b) Drücken Sie die Zeitableitung der Größe F mithilfe der Poissonklammern aus. Welche Eigenschaft hat die Poissonklammer $\{F, H\}$, wenn F eine Erhaltungsgröße und H der Hamiltonoperator ist?

c) Zeigen Sie mithilfe von **a)**, dass für beliebige Größen F, F' und G die Produktregel

$$\{FF', G\} = F\{F', G\} + \{F, G\}F'$$

gilt.

59. Freies Teilchen *(0 Punkte)*

a) Berechnen Sie mithilfe einer Legendretransformation die Hamiltonfunktion für ein freies Teilchen in Zylinderkoordinaten $(x, y, z) = (r\cos\phi, r\sin\phi, z)$ mit Lagrangefunktion

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 + \dot{z}^2)$$

b) Definieren Sie den Begriff 'zyklische Koordinate' und bestimmen Sie die zyklischen Koordinaten für die oben-gegebene Lagrangefunktion.

c) Was folgt aus dem Vorhandensein von zyklischen Koordinaten? Nehmen Sie wiederum die Lagrangefunktion aus **a)** als konkretes Beispiel.

d) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen aus der Hamiltonfunktion her und lösen Sie diese.

60. Harmonischer Oszillator *(0 Punkte)*

Betrachten Sie nun ein freies Teilchen in einem harmonischen Oszillatorpotential. Die Lagrangefunktion ist durch

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{m}{2}\dot{\mathbf{r}} + \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2$$

gegeben.

a) Berechnen Sie die Hamiltonfunktion sowie die kanonischen Gleichungen.

b) Bestimmen Sie die Erhaltungsgrößen.

61. Perle auf rotierendem Draht *(0 Punkte)*

Eine Perle gleitet reibungsfrei auf einem geraden Draht, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeite ω in der horizontalen Ebene rotiert. Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion durch eine Legendretransformation der Lagrangefunktion und zeigen Sie, dass in diesem Fall $H \neq E$. Welche Vorraussetzungen muss das System erfüllen, damit $H = E$ ist?