
2. Übung zur Quantenmechanik II

im Sommersemester 2002

3. Nichtrelativistischer Grenzfall der Klein-Gordon-Gleichung

Leite den nichtrelativistischen Grenzfall der Klein-Gordon-Gleichung gemäß dem in der Vorlesung skizzierten Vorgehen her. Nehme dabei an, daß die Energie $E' = E - m_0c^2$ nichtrelativistisch ist, d.h. $E' \ll m_0c^2$. Verwende den Ansatz

$$\psi(\vec{r}, t) = e^{-i\frac{m_0c^2}{\hbar}t} \phi(\vec{r}, t)$$

aus der Vorlesung, um zu zeigen, daß sich im nichtrelativistischen Fall die Schrödinger-Gleichung ergibt. Diskutiere auch das Verhalten der "Wahrscheinlichkeitsdichte" ρ der Klein-Gordon-Gleichung in diesem Fall.

Hinweis: $|i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t}| \approx E'\phi \ll m_0c^2\phi$

4. Schrödinger-Form der Klein-Gordon-Gleichung

a) Zeige explizit, daß jede Komponente der Schrödingerschen Form

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H_f\right)\Psi = 0$$

der Klein-Gordon-Gleichung genügt.

b) Löse die freie Klein-Gordon-Gleichung in Schrödinger-Form wie in der Vorlesung beschrieben.

c) Diskutiere den nichtrelativistischen Grenzfall der Lösung aus b).

Besprechung der Aufgaben: 7. Mai 2002