4. Übung zur Quantenmechanik II

im Sommersemester 2002

8. Symmetrisierung und Antisymmetrisierung

Symmetrisiere bzw. antisymmetrisiere den Zustand

$$\psi(1,2,3) = \varphi_\alpha(\vec{r}_1)\varphi_\alpha(\vec{r}_2)\varphi_\beta(\vec{r}_3)$$

($\alpha \neq \beta$) explizit unter Benutzung der entsprechenden Operatoren. Die φ_α sind Einteilchen-Wellenfunktionen mit Energie ϵ_α, d.h. $h\varphi_\alpha = \epsilon_\alpha\varphi_\alpha$. Überzeugen Sie sich davon, daß die so konstruierten Vielteilchenzustände Eigenfunktionen des nichtwechselwirkenden Hamiltonoperators $H = h_1 + h_2 + h_3$ sind, und bestimmen Sie die Energien.

9. Norm von Vielteilchen-Wellenfunktionen

Bestimme die Norm der symmetrischen bzw. antisymmetrischen Produktfunktionen

$$\begin{aligned}
\psi_S^{(\alpha)}(1,...,N) &= \sum_P P\left(\varphi_{\alpha_1}(1)\cdots\varphi_{\alpha_N}(N)\right) \\
\psi_A^{(\alpha)}(1,...,N) &= \sum_P (-1)^P P\left(\varphi_{\alpha_1}(1)\cdots\varphi_{\alpha_N}(N)\right).
\end{aligned}$$

Nehme für den symmetrischen Fall an, daß der Zustand α_1 n_1-fach besetzt ist, der Zustand α_2 n_2-fach etc. Die Einteilchen-Wellenfunktionen φ_α seien normiert.

10. Spin-Austausch

Zeige, daß sich der Operator P_{ij}, der zwei Spins i und j (mit Spin 1/2) miteinander vertauscht, durch die Spinoperatoren $\vec{S}_j$ gemäß

$$P_{ij} = 2\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j + \frac{1}{2} \qquad (1)$$

ausdrücken läßt.

Besprechung der Aufgaben: 11. Juni 2002