
Theoretische Physik in 2 Semestern I
7. Übung

www.thp.uni-koeln.de/~as/thp2sem15.html

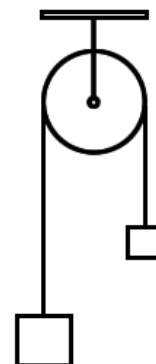
Abgabe: Montag, 15. Juni 2015

23. Atwoodsche Fallmaschine

3+2=5 Punkte

Zwei Massen m_1 und m_2 seien über eine massenlose drehbare Rolle durch eine massenlose Schnur der Länge ℓ miteinander verbunden. Reibungseffekte werden hier vernachlässigt.

- a)
 1. Formulieren Sie die Zwangsbedingungen.
 2. Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten.
 3. Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.
 4. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems mittels der Lagrange-Gleichungen (2. Art).
- b) Bestimmen Sie über die Newton'schen Bewegungsgleichungen die Fadenspannung.



24. Bewegung entlang einer Spirale III

2+1+1=4 Punkte

Gegeben ist eine Spirale γ mit Radius R , Ganghöhe h und Gesamthöhe $H = n \cdot h$, wobei n die Anzahl der Windungen ist. Die Spirale γ kann durch folgende Parametrisierung beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \gamma : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ q &\mapsto \underline{r}_\gamma(q) = \begin{pmatrix} R \cos(2\pi nq) \\ -R \sin(2\pi nq) \\ nh(1-q) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

In Aufgabe 22 wurden die Lagrange-Gleichungen 1. Art aufgestellt. Die Elimination der Lagrange-Parameter und die Lösung der resultierenden Gleichungen erfordert in diesem Fall eine längere Rechnung. Deswegen wird das Problem im Lagrange-Formalismus 2. Art betrachtet.

Die potentielle Energie sei gegeben durch $V(\underline{r}) = mgz$. Weiter kann der Parametrisierungsparameter q als generalisierte Koordinate benutzt werden.

- a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q})$ auf.
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Funktion L die Lagrange-Gleichungen 2. Art.
- c) Lösen Sie die Lagrange-Gleichungen 2. Art und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe 2e).

25. Doppelpendel

2+2=4 Punkte

Ein Massenpunkt der Masse m_2 sei durch einen masselosen Stab der Länge ℓ_2 mit einem Massenpunkt der Masse m_1 verbunden. Der Massenpunkt m_1 ist durch einen masselosen Stab der Länge ℓ_1 an einem festen Punkt aufgehängt.

- a) Geben Sie die Zwangsbedingungen des Systems an und wählen Sie generalisierte Koordinaten, die für die Analyse des Problems nützlich sind.
- b) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion.

26. Hamilton-Formalismus

2+2+2+1=7 Punkte

Ein Massenpunkt bewege sich reibungsfrei auf der Bahn $z = \exp(-rx)$ im Schwerfeld $\vec{g} = -g\vec{e}_z$.

- a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf!
- b) Bestimmen Sie die Hamilton-Funktion!
- c) Wie lauten die Hamiltonischen Bewegungsgleichungen?
- d) Welche Erhaltungssätze gelten?