

## 12. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2009

[www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs09.html](http://www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs09.html)

### 1. Reihen

Zeigen Sie, dass die geometrische Reihe

$$\sum_{i=0}^{\infty} q^i \quad \text{für } 0 \leq q < 1$$

konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert.

(*Hinweis:* Betrachten Sie die Folge  $a_n = \sum_{i=0}^n q^i$  der Partialsummen und verwenden Sie die Aufgabe 3 der 8. Übung sowie Aufgabe 1b der 11. Übung.)

### 2. Stetigkeit

In der Vorlesung haben Sie folgende Definition für Stetigkeit kennengelernt:

$$f : D \rightarrow \mathbb{R} \text{ ist stetig an der Stelle } x_0 \in D \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Definition:

- a) Die Heaviside-Funktion

$$\theta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ a & \text{für } x = 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

ist für ein beliebiges  $a \in \mathbb{R}$  unstetig an der Stelle 0.

- b) Die Parabel  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ist für  $a, b, c \in \mathbb{R}$  auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig.

### 3. Quotientenregel

- a) Zeigen Sie für Funktionen  $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$  die Gültigkeit der Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g} - \frac{fg'}{g^2} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

ausgehend von der Produkt- und Kettenregel.

- b) Berechnen Sie die Ableitung von  $\tan(x)$ .

### 4. Ableitungen elementarer Funktionen

Berechnen Sie die Ableitungen (bzgl.  $x$ ) von:

a)  $\frac{x^2 + 3}{x + 2}$

b)  $a^x$

c)  $\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

d)  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

e)  $\sin(x) \cos(x)$

f)  $e^{x \sin x}$

g)  $\cosh x$

h)  $\sinh x$