
8. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs10.html

1. Potenzfunktion

Zeigen Sie ausgehend von

$$x^A \cdot x^B = x^{A+B}, \quad (x^A)^B = x^{A \cdot B} \quad \text{und} \quad x^0 = 1$$

(wobei $x \in \mathbb{R}^+$ und $A, B \in \mathbb{R}$), dass

$$x^{-A} = \frac{1}{x^A}$$

gilt.

2. Polynomdivision

a) Berechnen Sie durch Polynomdivision:

$$1) \quad (x^2 - 1) : (x - 1) \quad 2) \quad (x^3 - 1) : (x - 1) \quad 3) \quad (x^4 - 1) : (x - 1)$$

b) Wie lautet für beliebiges $N \in \mathbb{N}$ das Ergebnis der Polynomdivision von

$$\frac{x^{N+1} - 1}{x - 1}.$$

3. Gebrochen-rationale Funktionen

a) Berechnen Sie den Definitionsbereich und die Null- und Polstellen folgender gebrochen-rationaler Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

und fertigen Sie vom Graphen eine qualitative Skizze an.

b) Führen Sie zu der Funktion

$$g(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x}$$

eine Partialbruchzerlegung durch.

c) Existiert eine (reelle) Partialbruchzerlegung für die Funktion

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad ?$$

d) Stellen Sie die Funktion

$$h(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 5}{x^2 + 3x + 2}$$

in der Form $h(x) = a(x) + \frac{r(x)}{n(x)}$ dar.

4. Rechenregeln für Logarithmen

a) Beweisen Sie die folgenden Gleichungen unter Verwendung der bekannten Rechenregeln für die Exponentialfunktion $e^A \cdot e^B = e^{A+B}$ bzw. $(e^n)^m = e^{n \cdot m}$:

$$1) \ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B) \quad 2) \ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln(A) - \ln(B) \quad 3) \ln(A^m) = m \cdot \ln(A)$$

b) Zeigen Sie die für einen Basiswechsel des Logarithmus gültige Gleichung

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$