

---

## Vorkurs Physik: Übung 08

---

Wintersemester 2010/11

[www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs1011.html](http://www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs1011.html)

### 1. Stetigkeit

Untersuchen Sie anhand der Graphen folgender Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ob sie stetig sind:

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases} \quad 2) \quad f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - 2x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

### 2. Potenzfunktion

Zeigen Sie ausgehend von

$$x^A \cdot x^B = x^{A+B}, \quad (x^A)^B = x^{A \cdot B} \quad \text{und} \quad x^0 = 1$$

(wobei  $x \in \mathbb{R}^+$  und  $A, B \in \mathbb{R}$ ), dass

$$x^{-A} = \frac{1}{x^A}$$

gilt.

### 3. Polynomdivision

a) Berechnen Sie durch Polynomdivision:

$$1) \quad (x^2 - 1) : (x - 1) \quad 2) \quad (x^3 - 1) : (x - 1) \quad 3) \quad (x^4 - 1) : (x - 1)$$

b) Wie lautet für beliebiges  $N \in \mathbb{N}$  das Ergebnis der Polynomdivision von

$$\frac{x^{N+1} - 1}{x - 1}.$$

### 4. Gebrochen-rationale Funktionen

a) Berechnen Sie den Definitionsbereich und die Null- und Polstellen folgender gebrochen-rationaler Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

und fertigen Sie vom Graphen eine qualitative Skizze an.

b) Führen Sie zu der Funktion

$$g(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x}$$

eine Partialbruchzerlegung durch.

c) Existiert eine (reelle) Partialbruchzerlegung für die Funktion

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad ?$$

d) Stellen Sie die Funktion

$$h(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 5}{x^2 + 3x + 2}$$

in der Form  $h(x) = a(x) + \frac{r(x)}{n(x)}$  dar.