
Vorkurs Physik: Übung 10

Wintersemester 2012/13

www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs12.html

1. Stetigkeit

Untersuchen Sie anhand der Graphen folgende Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf Stetigkeit:

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases} \quad 2) \quad f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - 2x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

2. Potenzfunktion

a) Berechne

$$(i) : 3^4, \quad (ii) : 2^{-3}, \quad (iii) : 16^{1/4}, \quad (iv) : 64^{-1/4}.$$

b) Zeige ausgehend von

$$x^A \cdot x^B = x^{A+B}, \quad (x^A)^B = x^{A \cdot B} \quad \text{und} \quad x^0 = 1$$

(wobei $x \in \mathbb{R}^+$ und $A, B \in \mathbb{R}$), dass

$$x^{-A} = \frac{1}{x^A}.$$

3. Polynomdivision

a) Berechnen Sie durch Polynomdivision:

$$1) \quad (x^2 - 1) : (x - 1) \quad 2) \quad (x^3 - 1) : (x - 1) \quad 3) \quad (x^4 - 1) : (x - 1)$$

b) Wie lautet für beliebiges $N \in \mathbb{N}$ das Ergebnis der Polynomdivision

$$\frac{x^{N+1} - 1}{x - 1}.$$

4. Hyperbolische Funktionen

Die hyperbolischen Funktionen *sinus hyperbolicus* und *cosinus hyperbolicus* sind durch

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

definiert.

- a) Skizzieren Sie den Verlauf der Funktionen! Wie verhalten sie sich für $x \rightarrow \pm\infty$?
- b) Zeigen Sie mit Hilfe der bekannten Eigenschaften der Exponentialfunktion folgende Beziehungen:

1. $\sinh(-x) = -\sinh(x)$ bzw. $\cosh(-x) = \cosh(x)$

2. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

3. $\sinh(x \pm y) = \sinh x \cdot \cosh y \pm \cosh x \cdot \sinh y$

4. $\cosh(x \pm y) = \cosh x \cdot \cosh y \pm \sinh x \cdot \sinh y$

5. Zusatzaufgabe: Gebrochen-rationale Funktionen

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Null- und Polstellen der gebrochen-rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

und fertigen Sie eine qualitative Skizze des Graphen an.