

## Vorkurs Physik: Übung 12

Wintersemester 2012/13

[www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs12.html](http://www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs12.html)

### 1. Quotientenregel

a) Zeigen Sie für Funktionen  $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$  die Gültigkeit der Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g} - \frac{fg'}{g^2} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

ausgehend von der Produkt- und Kettenregel.

b) Berechnen Sie die Ableitung von  $\tan(x)$ .

### 2. Ableitung von Umkehrfunktionen

$f^{-1}$  sei die Umkehrfunktion von  $f$ , d.h.  $f^{-1}(f(x)) = x$ .

a) **Zusatzaufgabe:** Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

b) Berechnen Sie mit dieser Formel die Ableitungen von:

a)  $f(x) = \ln(x)$

b)  $f(x) = \arctan(x)$

c)  $f(x) = \operatorname{arsinh}(x)$

*Hinweis:* Vereinfachen Sie die Resultate in (b) und (c) so weit, dass keine trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen mehr darin vorkommen.

### 3. Ableitungen elementarer Funktionen

Berechnen Sie die Ableitungen (bzgl.  $x$ ) von:

a)  $7x^3 + 4x + 2$

b)  $\frac{x^2 + 3}{x + 2}$

c)  $a^x$

d)  $\sqrt{x} + \sqrt[n]{x}$

e)  $e^{x \sin x}$

f)  $\sin(x) \cos(x)$

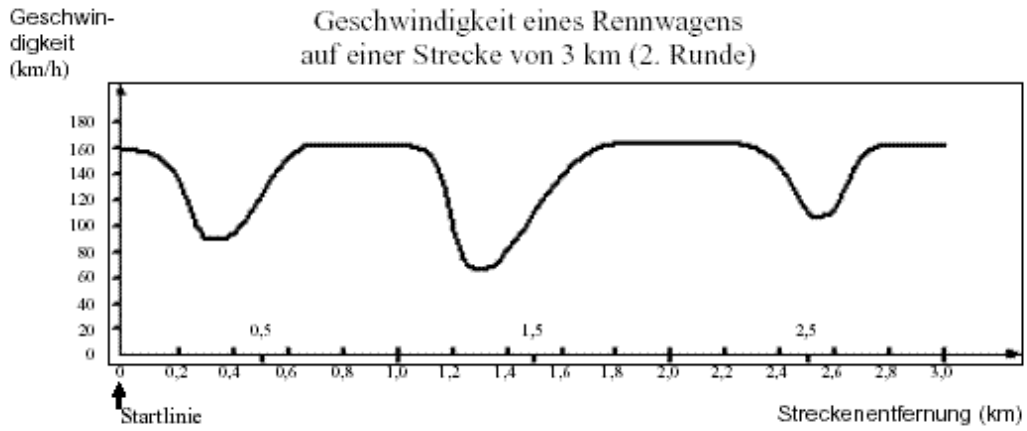
g)  $\sum_{n=0}^N a_n x^n$

i)  $\cosh x$

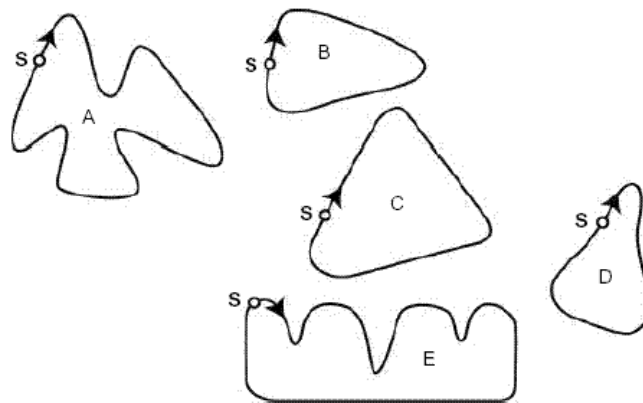
j)  $\sinh x$

## 4. Geschwindigkeit

Der folgende Graph zeigt, wie sich die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen ebenen Rennstrecke variiert.



Auf welcher der folgenden fünf Rennstrecke fuhr der Wagen, so dass der gezeigte Geschwindigkeitsgraph entstand?



Hinweis: Dies ist eine Aufgabe aus dem PISA-Test 2000.