

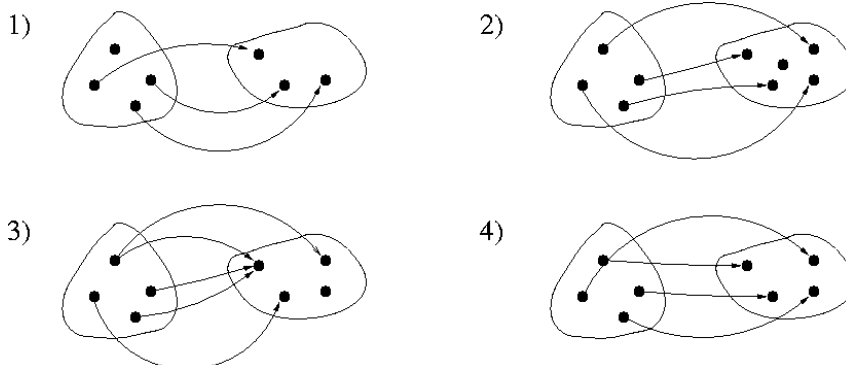
Vorkurs Physik: Übung 1

Sommersemester 2014

www.thp.uni-koeln.de/~as/vorkurs14.html

1. Funktionen I

a) Welche der folgenden Zuordnungsvorschriften sind Funktionen?



b) Welche der Funktionen aus a) sind injektiv, surjektiv oder bijektiv?

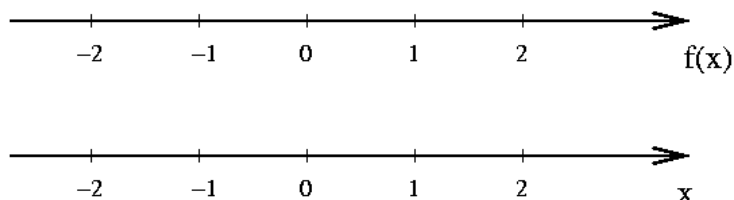
c) Finde (analog zu den Beispielen in Teil a)) ein Beispiel für eine Funktion, die surjektiv aber nicht injektiv ist.

2. Funktionen II

a) Charakterisiere die Funktion $f(x) = 2x + 1$

- in Worten,
- durch eine Wertetabelle,
- durch ein Mengenbild,
- graphisch.

b) Eine etwas ungewöhnliche graphische Darstellung benutzt parallele x - und $f(x)$ -Achsen:



Stelle die Funktion aus a) entsprechend graphisch dar!

Überlege allgemein, wie die "Graphen" von monotonen, injektiven, surjektiven,... Funktionen in dieser Darstellung aussehen.

3. Funktionen III

a) Skizziere die folgenden Funktionen! Gebe die maximalen Definitionsbereiche $D \subset \mathbb{R}$ sowie die Bildmengen $f(D) = \{f(x) | x \in D\}$ an und untersuche, ob die Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind.

- 1) $f : D \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2}$
- 2) $f : D \rightarrow \mathbb{R}_0^+, x \mapsto |x|$
- 3) $f : D \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$
- 4) $f : D \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{für } x \in \mathbb{R}^- , \\ x^2 & \text{für } x \in \mathbb{R}_0^+ , \end{cases}$

b) Ist jede Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ surjektiv, wenn sie auf ihre Bildmenge eingeschränkt wird (also $\tilde{f} : D \rightarrow f(D)$) ?

4. Monotonie

a) Welche der folgenden Funktionen ist monoton, welche sogar streng monoton?

- 1) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$
- 2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 1$
- 3) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 3$
- 4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$.

b) Zeige: Jede streng monotone Funktion ist injektiv. Ist umgekehrt auch jede injektive Funktion streng monoton?

