1. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2005/2006

1. Aufgabe

Mit dem Anfangspunkt $P_1 = (3, 2)$ und dem Endpunkt $P_2 = (7, 5)$ ist ein Repräsentant des Vektors $\vec{a}$ gegeben.

a) Wie lässt sich der Vektor $\vec{a}$ schreiben?

b) Zeichnen Sie den Vektor $\vec{a}$ gemäß obiger Beschreibung als Verbindungsvektor zwischen P_1 und P_2.

c) Geben Sie den Endpunkt P_2' eines weiteren Repräsentanten dieses Vektors $\vec{a}$ an, wenn der Anfangspunkt $P_1' = (-3, -1)$ ist.

d) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$. Geben Sie den Summenvektor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ an.

e) Die Koordinaten (x, y) gehen in die Koordinaten (x', y') über, indem der Koordinatenursprung 0 um den Vektor $\vec{s} = (-1, 3)$ verschoben wird.
Berechnen Sie die neuen Koordinaten der Punkte $P_1 = (-3, 4)$, $P_2 = (-5.5, 0)$, $P_3 = (3, 5.5)$, $Q_1 = (1, 2)$, $Q_2 = (2.5, -4)$ und $Q_3 = (-2.5, -1.5)$.

f) Berechnen Sie die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{P_jQ_j}$ zwischen P_j und Q_j für $j = 1, 2, 3$. Wie unterscheiden sich die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{P_jQ_j}$ von den $\overrightarrow{P_j'Q_j'}$?

2. Aufgabe

In der Vorlesung wurde der Betrag eines Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ definiert als $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$. Der Einheitsvektor in diese Richtung ist $\vec{e}_{\vec{v}} = \frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}$. Ferner stellen $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ die Einheitsvektoren eines rechtwinkligen Koordinatensystems dar.

a) Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ seien definiert durch $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ und $\vec{b} = \vec{e}_2 - \vec{e}_1$. Berechnen Sie die Länge von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sowie die Einheitsvektoren in Richtung von $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

b) Stellen Sie $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bzw. durch $\vec{e}_{\vec{a}}$ und $\vec{e}_{\vec{b}}$ dar. Wieso ist dies möglich?

c) Welchen Winkel α schließen $\vec{e}_{\vec{a}}$ und $\vec{e}_1$ bzw. $\vec{e}_{\vec{b}}$ und $\vec{e}_2$ ein?
HINWEIS: Skizzieren Sie die Vektoren und beachten Sie die Definition der trigonometrischen Funktionen.

d) Gibt es irgendeinen prinzipiellen Unterschied zwischen $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ und $(\vec{e}_{\vec{a}}, \vec{e}_{\vec{b}})$?

3. Aufgabe

a) Was folgt aus $|\vec{v}| = 0$ für die Komponenten von $\vec{v}$? Wie viele verschiedene Vektoren mit Betrag Null gibt es also?

b) Welcher Einheitsvektor hat die y-Komponente $v_y = 0.5$?

c) Zu dem Vektor $\vec{a} = 3 \cdot \vec{e}_1$ werde ein Einheitsvektor $\vec{e}_{\vec{b}}$ in beliebiger Richtung $\vec{b}$ addiert.

   - Wie lang kann der Summenvektor $\vec{v} = \vec{a} + \vec{e}_{\vec{b}}$ mindestens bzw. höchstens sein?
   - Ist es möglich, $\vec{e}_{\vec{b}}$ so zu wählen, dass $|\vec{v}| = |\vec{a}| = 3$ gilt?
   - Wenn ja, wie lautet der passende Vektor $\vec{e}_{\vec{b}}$?

   HINWEIS: Der Einheitsvektor $\vec{e}_{\vec{b}}$ läßt sich als $\vec{e}_{\vec{b}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$ mit geeignetem Winkel α schreiben.