

13. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2005/2006

1. Monotonie und Ableitung

Sei $I :=]a, b[$ und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige und differenzierbare Funktion. Dann gilt

- a) $(\forall t \in I : f'(t) = 0) \Leftrightarrow f$ ist konstant
- b) $(\forall t \in I : f'(t) \geq 0) \Leftrightarrow f$ ist monoton wachsend
- c) $(\forall t \in I : f'(t) > 0) \Rightarrow f$ ist streng monoton wachsend

Für monoton fallende Funktionen lassen sich b) und c) analog formulieren. Zeigen Sie jeweils zu a) und b) die „ \Leftarrow “-Richtung und finden Sie zu c) ein Gegenbeispiel dafür, dass „ \Leftarrow “ nicht gilt.

2. Kurvendiskussion

Untersuchen Sie folgende Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ für beliebiges $a \in \mathbb{R}^+$ auf Nullstellen, Polstellen, Maxima, Wendepunkte und Asymptotik (d.h. das Fernverhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$). Fertigen Sie für $a = 1$ eine Skizze der jeweiligen Graphen an.

- a) $f(x) = x + \frac{a}{x}$
- b) Die Fermi-Funktion: $f(x) = \frac{1}{e^{ax} + 1}$
- c) Die Bose-Funktion: $f(x) = \frac{1}{e^{ax} - 1}$

3. Integrale

Berechnen Sie folgende Integrale: ($a > 0$)

- a) $\int_1^{a^2} \frac{1}{\sqrt{x}} dx,$
- b) $\int_0^1 x^2 e^x dx,$
- c) $\int_0^{2\pi} \cos^2(x/2) dx$
- d) $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$
- e) $\int_1^2 \ln(ax) dx$
- f) $\int_0^1 \sum_{i=0}^N a_i x^i dx$
- g) $\int \frac{1}{1-x^2} dx$
- h) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan(x) dx$