Diplomarbeit

Simulation von Fußgängerverhalten mittels zweidimensionaler zellulärer Automaten

vorgelegt von
Carsten Burstedde
aus Köln

Köln, März 2001

Institut für Theoretische Physik
Universität zu Köln

Inhalt

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

In den letzten Jahren hat sich die Verkehrsforschung mit Methoden der theoretischen Physik als eigenständiges Gebiet etablieren können. Vielfache intensive Untersuchungen zeugen davon [1–8].

Dabei beschäftigte man sich zunächst mit eindimensionalen Systemen. Die Forschung konzentrierte sich primär auf die möglichst treffende Beschreibung der Dynamik von Fahrzeugen.

Die Modellklasse der zellulären Automaten ist nach einigen grundlegenden Arbeiten [9–11] zu einem wichtigen Standbein dieses Forschungsgebietes geworden. Dies sind Modelle, die im Raum, in der Zeit sowie in der Zustandsmenge diskreter Natur sind. Die Stärke dieser Modelle ist die große Effizienz: Die Simulationsgeschwindigkeit ist ausreichend, um das gesamte Autobahnnetz Deutschlands in vielfacher Echtzeit zu simulieren [12].

In einer Dimension existieren analytische Ansätze, mit denen sich einige Modelle exakt lösen lassen. Prominentestes Modell ist hier der Asymmetrische Exklusionsprozeß (ASEP), der für verschiedenste Randbedingungen und Dynamiken beispielsweise durch Clusterapproximation [10] oder Matrix-Produkt-Ansatz (MPA) [13, 14] gelöst werden kann.

Physikalische Modelle zur Beschreibung von Fußgängerverhalten sind erst seit kurzem aktuell. Viele Vorschläge dazu [15–19] sind rudimentäre Verallgemeinerungen eines ursprünglichen Ansatzes zur Beschreibung von Stadtverkehr [11]. Sie entziehen sich jedoch durch die Einführung der zweiten Dimension bereits der analytischen Lösbarkeit; selbst Näherungsmethoden wie z. B. Molekularfeldrechnungen gestalten sich schwierig.

Zu diesen diskreten Modellen gesellen sich als weitere Klasse die kontinuierlichen. Hier werden die Individuen als punktförmige Teilchen genähert, deren Bewegung durch ein System von Grundkräften und Mehrteilchenwechselwirkungen gegeben ist. Der Oberbegriff hierfür lautet SOCIAL FORCE MODELS (Sozialkräftemodelle) [4, 8, 20].

Deren Simulation läuft auf die numerische Integration von Differentialgleichungssystemen hinaus. Dazu müssen Raum und Zeit diskretisiert werden, wobei jedoch Raum- und Zeitschritt sehr klein werden müssen, um die Diskretisierungsfehler im Rahmen zu halten. Diese Simulationen sind daher weit von einer Realisierung in Echtzeit entfernt.

Zur Modellierung von Fußgängern mit Zellularautomaten muß man unter anderem die Frage entscheiden, um wieviele Zellen sich ein Individuum in einem Zeitschritt fortbewegen kann. Da die Geschwindigkeitsverteilung von Fußgängern ein scharfes Maximum aufweist [21], liegt eine Reichweite von eins nahe. Die Formulierung für größere Reichweiten führt zu sehr komplizierten Simulationsvorschriften [22].

Ziel meiner Arbeit ist es vor allem, Kollektiveffekte wie z. B. die Entstehung von Spuren [4, 21, 23–25] zu reproduzieren. Dazu entleihe ich Ideen zur Spurbildung den sogenannten ACTIVE WALKER MODELS (aktive Wanderermodelle)

[26, 27], die ursprünglich in Verbindung mit den kontinuierlichen Modellen benutzt worden sind. Vor allem mit diesen ist bisher die Reproduktion dieser Verhaltensmuster gelungen.

Dabei möchte ich zum allgemeinen Prinzip erheben, den simulierten Individuen so wenig Intelligenz wie möglich zuzugestehen, also beispielsweise große Sichtweiten oder eine genauere Untersuchung der Umgebungen der Individuen wie in [22] zu vermeiden.

Die Bildung komplexer Strukturen soll allein durch Selbstorganisation erfolgen. Um diese zu fördern und langreichweitige Wechselwirkungen zwischen den Individuen zu ermöglichen, führe ich als zentrale Idee ein kontinuierliches Feld ein, das auf den Gitterzellen definiert ist. Dieses besitzt seine eigene Dynamik und wechselwirkt mit den Individuen. Daraus erwachsen schließlich Verhaltensmuster, die mit zellulären Automaten zur Fußgängerdynamik bisher nicht erzielt wurden.

Die vorliegende Arbeit belegt, daß zelluläre Automaten hinsichtlich der Komplexität der erzeugten Verhaltensweisen den Vergleich mit den kontinuierlichen Modellen nicht zu scheuen brauchen.

Nun möchte ich einen kurzen Überblick über den Aufbau dieser Arbeit geben.

Abschnitt 2 stellt die zwei wesentlichen Ansätze zur Verkehrssimulation vor: das Konzept des zellulären Automaten mit einigen Beispielen in zwei Dimensionen und die Klasse der Sozialkräftemodelle.

Abschnitt 3 beschreibt ein einfaches Gittermodell, bei dem bereits einige Methoden und Probleme der späteren Abschnitte vorgezeichnet werden. Grundentscheidungen für die Wahl des Modells können bereits auf Basis dieser Ergebnisse getroffen werden. Außerdem wird eine Molekularfeldrechnung vorgestellt.

Abschnitt 4 enthält die Beschreibung des zellulären Automaten, im Rahmen dessen das endgültige Modell formuliert werden wird. Der Aufbau der Bewegungsregeln wird erklärt und der Einfluß der Wahl verschiedener Parameter anhand von Simulationen verdeutlicht.

Abschnitt 5 liefert die Ergänzungen, die den zellulären Automaten komplettieren und die Erzeugung von Kollektiveffekten erst ermöglichen. Unter anderem wird das kontinuierliche Feld vorgestellt. Weiterhin gebe ich eine Abschätzung über die effektive Reichweite der daraus erwachsenden Wechselwirkungen.

Abschnitt 6 präsentiert Simulationsergebnisse, die verschiedene von diesem Modell reproduzierte Phänomene verdeutlichen. Der Fokus liegt dabei auf der Bildung von Spuren im Gegenverkehr. Zudem wird das Verhalten an Hindernissen angesprochen.

Die grundlegenden Ideen dieser Arbeit befinden sich in Veröffentlichung [28–30].

2 Modellüberblick

In diesem Abschnitt möchte ich die zwei Verfahren kurz vorstellen, die für Verkehrssimulationen hauptsächlich verwendet werden.

2.1 Zelluläre Automaten

Für die Simulation des Fußgängerverhaltens setze ich ausschließlich zelluläre Automaten ein. Mit dem Begriff ZELLULÄRER AUTOMAT bezeichnet man eine bestimmte Klasse von Modellierungsansätzen [31, 32].

2.1.1 Formale Definition

Zelluläre Automaten im ursprünglichen Sinne sind diskrete Modelle in Raum und Zeit. Der Raum wird durch ein regelmäßiges D-dimensionales Gitter modelliert, das verschiedene Symmetrieen aufweisen kann (in zwei Dimensionen beispielsweise quadratisch, hexagonal usw.). Die Randbedingungen sind beliebig wählbar.

Die Elemente des Gitters bestehen aus gleichartigen Zellen, die sich jeweils in genau einem Zustand aus einer bestimmten (endlichen) Zustandsmenge befinden. Jede Zelle steht in Kontakt zu einer festen Anzahl von Nachbarn und hat Zugriff auf die Zustandsinformation dieser Nachbarn (beim Quadratgitter sind beispielsweise vier oder acht Nachbarn sinnvoll).

Die Entwicklung einer gegebenen Zelle wird beschrieben durch eine Übergangsfunktion, die für alle Zellen gleichermaßen gilt. Sie hängt vom Zustand der Zelle selber und denen ihrer Nachbarn zur aktuellen Zeit ab (und in gewissen Varianten auch zu einer endlichen Anzahl von vorhergehenden Zeitschritten). Diese Funktion kann deterministisch sein oder Zufallselemente enthalten (im letzteren Fall spricht man von einem PROBABILISTISCHEN zellulären Automaten). Die Übergangsfunktion bestimmt den Zustand der Zelle im nächsten Zeitschritt.

Diese Übergangsfunktion kann auf verschiedene Weisen angewandt werden. Die für zelluläre Automaten typische Methode besteht darin, die Funktion für alle Zellen gleichzeitig zu berechnen und das Ergebnis auf alle Zellen gleichzeitig zu übertragen (PARALLELES UPDATE).

Abgewandelte Update-Strategien sind denkbar, die dann den Begriff der diskreten Zeit aufweichen: Wählt man fortlaufend eine beliebige Zelle aus und führt nur für diese die Übergangsfunktion aus, so entspricht das einer kontinuierlichen Zeit (ZUFALLS-SEQUENZIELLES UPDATE). Beispiele für Mischformen sind das UNTERGITTER-PARALLELE UPDATE, bei dem das Gitter in verschiedene Bereiche aufgeteilt und innerhalb dieser Bereiche das parallele Update durchgeführt wird, und das SEQUENZIELLE UPDATE, bei dem das Gitter in einer festen Ordnung durchlaufen wird (beispielsweise zeilenweise).

Die Unterteilung des Raumes durch ein Gitter führt per se zu einer Körnung der Ortsauflösung. Bei der Modellierung einer realen Geometrie und der Rückübertragung der Simulationsergebnisse auf die Realität muß dies entsprechend berücksichtigt werden.

2.1.2 Bekannte Beispiele

Der bekannteste aller zellulären Automaten ist wohl das GAME OF LIFE (Spiel des Lebens) [33]. Es spielt sich ab auf einem zweidimensionalen Quadratgitter, bei dem die acht nächsten Nachbarn relevant sind. Die Zustandsmenge ist $\{0, 1\}$ bzw. $\{tot, lebendig\}$. Die Regeln lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Eine Zelle überlebt genau dann, wenn sie entweder zwei oder drei lebende Nachbarn hat.
- Ein neues Lebewesen entsteht aus einer toten Zelle genau dann, wenn diese drei lebende Nachbarn hat.

Bezeichnet man mit $c_i(t)$ die Anzahl der lebendigen Nachbarn der Zelle i und mit $s_i(t)$ ihren Zustand zur Zeit t, so lautet diese Vorschrift in Formeln:

$s_i(t) = 0$	$s_i(t) = 1$
$s_i(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{falls } c_i(t) = 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$s_i(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{falls } c_i(t) \in \{2, 3\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Das Update erfolgt parallel.

Bei diesem Automaten stellen sich bei zufällig gewählter Anfangskonfiguration weitgehend unabhängig von der Anfangsdichte neben Bereichen der Unordnung immer wiederkehrende statische und dynamische Muster von Gruppen von „Lebewesen“ ein.

Das ISINGMODELL läßt sich sehr einfach als probabilistischer zellulärer Automat beschreiben. Man verwendet ein kubisches D-dimensionales Gitter mit einer Koordinationszahl von $z = 2D$. Die Zustandsmenge besteht hier aus den Zuständen up $(+1)$ und down (-1).

Üblicherweise wird hier ein sequenzielles Update verwendet. Die Übergangswahrscheinlichkeiten für den Zustand σ_0 einer bestimmten Zelle ergeben sich nach dem Metropolis-Verfahren wie folgt:

$$P(\sigma_0 \to -\sigma_0) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \Delta E \leq 0 \\ \omega & \text{sonst} \end{cases}$$

$$P(\sigma_0 \to \quad \sigma_0) = 1 - P(\sigma_0 \to -\sigma_0)$$

mit

$$\Delta E = 2J \sum_{<i>} \sigma_0 \sigma_i \,, \qquad \omega = \exp\left(-\beta\, \Delta E\right) \,,$$

wobei über die z nächsten Nachbarn summiert wird.

Die Anfangsbedingungen sind in beiden Fällen zufällig. Beim Game of Life werden die Randbedingungen meist periodisch gewählt, während beim Isingmodell aus Gründen der Effizienz meist helikale Randbedingungen benutzt werden.

In Anhang C stelle ich Simulationsbeispiele einiger zellulärer Automaten vor, die sozusagen als Nebenprodukt meiner Arbeit entstanden sind.

2.1.3 Diskrete Fußgängermodelle

Gipps und Marksjö stellten bereits 1985 ein Verfahren zur Simulation von Fußgängern vor [34]. Dazu teilen sie die betrachtete Fläche in ein regelmäßiges Quadratgitter ein. Die Fußgänger folgen einem Pfad von aufeinanderfolgenden Zielknoten. Dabei wird die Abstoßung der Teilchen untereinander durch ein diskretes Potential realisiert, das in der nächsten Umgebung jedes Teilchens auftritt und am Ort des Teilchens einen sehr hohen Wert besitzt, um Kollisionen auszuschließen. Die Potentiale aller Teilchen werden superpositioniert, um das gesamte abstoßende Potential zu bestimmen. Die Hüpfrichtung der Teilchen richtet sich nun einerseits nach ihrer Lage relativ zum aktuellen Zielpunkt und andererseits nach der Verteilung des Potentials.

Ein probabilistischer Automat zur Simulation von Fußgängerverhalten wurde von Muramatsu und Nagatani vorgestellt [19]. Er ist ebenfalls erklärt auf einem Quadratgitter mit vier Nachbarn. Dort besitzt jedes Teilchen Wahrscheinlichkeiten, entweder nach vorne zu hüpfen (p_x) oder zur linken oder rechten Seite (p_y bzw. p_{-y}). Falls das so ausgewählte Zielfeld besetzt ist, bewegt sich das Teilchen nicht. Damit konnten bei zwei Fußgängerströmen entgegengesetzter Richtung Phasenübergänge zwischen freiem Fluß und gestautem System nachgewiesen werden.

Beide Modelle erzeugen nicht die gewünschten kollektiven Effekte. Die Neuerungen, die mein Modell beinhaltet, bestehen vor allem in der Einführung eines kontinuierlichen Feldes und somit der Existenz einer effektiven langreichweitigen Anziehung; mehr dazu in den Abschnitten 4 und 5.

2.2 Kontinuierliche Modelle

Die Klasse der Sozialkräftemodelle [4] beruht auf einem zunächst gegenläufig anmutenden Ansatz. Dabei wird eine Menge von Fußgängern als Vielteilchensystem aufgefaßt. Auf jedes Individuum wirkt zu jeder Zeit eine bestimmte Kraft, die aus dem Sozialverhalten der Menschen abgeleitet wird. In Anlehnung an die Newtonsche Mechanik lautet die Bewegungsgleichung für ein Teilchen α

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_\alpha}{\mathrm{d}t} = -\nabla_\alpha V_\alpha$$

mit dem zusammengesetzten Potential

$$V_\alpha = V_A\left(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{v}_\alpha\right) + V_B\left(\mathbf{r}_\alpha\right) + \sum_{\beta\neq\alpha} V_{\alpha\beta}\left(\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{v}_\alpha; \mathbf{r}_\beta, \mathbf{v}_\beta\right) .$$

Der erste Term beschreibt das individuelle Antriebs- und Dissipationsverhalten eines einzelnen Teilchens und inkorporiert Informationen zu Vorzugsrichtung und -geschwindigkeit. Der zweite sorgt dafür, daß die Teilchen die gegebenen Geometrien respektieren, indem beispielsweise Wände durch ein abstoßendes Potential repräsentiert werden.

Der letzte Term ist schließlich der, der diesem Modell seinen Namen verleiht. In ihm sind verschiedene Wechselwirkungen zwischen den Teilchen zusammengefaßt: eine orts- und geschwindigkeitsabhängige Abstoßung, die dem Wunsch nach möglichst ungestörter persönlicher Umgebung der Individuen Rechnung trägt, und eventuelle längerreichweitige Anziehungen, um Gruppenverhalten zu erzeugen. Hierbei ist jedoch das dritte Newtonsche Axiom *actio* = *reactio* im allgemeinen nicht erfüllt. Außerdem ist zu bemerken, daß dieser Term einen Rechenaufwand erzeugt, der quadratisch mit der Anzahl der Fußgänger anwächst.

Man erhält so ein System von gekoppelten Differentialgleichungen, das nach entsprechender Diskretisierung numerisch zu integrieren ist. Es ist getrieben, gedämpft und hochgradig nichtlinear. Daher hängt die Genauigkeit empfindlich von der Schrittweite ab, die folglich sehr klein zu wählen ist und entsprechend lange Rechenzeiten nach sich zieht.

Die aktiven Wanderermodelle [26] dienen dazu, die Entstehung von Trampelpfaden zu simulieren. Der Unterschied zu den Sozialkräftemodellen besteht in der Einführung eines Feldes, das z. B. die Stärke des Bodenbewuchses darstellt. Die Teilchen reduzieren diesen auf ihrem Weg und versuchen ihrerseits, den Spuren anderer zu folgen. Wo längere Zeit keine Teilchen hergelaufen sind, erholt sich der Bodenbewuchs wieder. Dabei läßt sich verfolgen, wie sich Trampelpfade vor allem dort ausbilden, wo ihre Benutzung eine deutliche Verkürzung der Wegstrecke mit sich bringt.

Während diese Modelle sehr realistisch anmuten und eine große Anzahl kollektiver Effekte ermöglichen, liegt die Schwäche jedoch in der mangelnden Effizienz. Weiterhin fällt auf, daß die zur numerischen Behandlung erforderliche Diskretisierung der eigentlichen Natur des Modells entgegensteht und nicht wie beim zellulären Automaten integraler Bestandteil ist.

Mein Ziel ist daher, einen zellulären Automaten zu entwickeln, der den kontinuierlichen Modellen unter Umständen in Realismus etwas nachsteht, trotzdem aber hinreichend komplexes Verhalten zeigt, einfach an verschiedenste Geometrien und Erfordernisse anzupassen und vor allem schnell und effizient ist.

3 Einfaches Hüpfmodell

Zelluläre Automaten lassen sich zur Beschreibung verschiedenartigster Phänomene einsetzen. Ich werde im folgenden ein Modell entwickeln und ausbauen, bei dem die Zellen eines Gitters leer oder besetzt sein können. Im letzteren Fall möchte ich die besetzte Zelle als einen sich an dieser Stelle befindlichen Fußgänger auffassen. Die Begriffe TEILCHEN und FUSSGÄNGER verwende ich ab sofort synonym.

Ich wende also ein Ausschlußprinzip an: In jeder Zelle kann sich immer höchstens ein Teilchen aufhalten. Dies führt zu einer effektiven Hartkugelabstoßung und einem oberen Schwellenwert für Teilchenzahl und Dichte, berücksichtigt also automatisch einen primitiven Aspekt einer sozialen Kraft.

Da die Simulation dynamischen Verhaltens angestrebt wird, müssen die Teilchen die Möglichkeit haben, sich von Zelle zu Zelle zu bewegen. Dies stellt eine Erweiterung der ursprünglichen Definition zellulärer Automaten dar, da Start- und Zielzelle gleichzeitig verändert werden, und zwar so, daß die Teilchenzahl erhalten bleibt. Sie sind also nicht unabhängig voneinander modifizierbar.

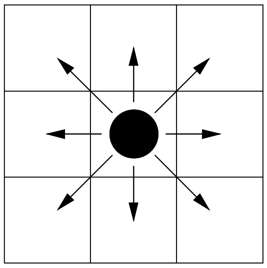
Die Teilchen folgen vorgeschriebenen Regeln, die ich im folgenden erläutere. Das grundlegende Schema bleibt für die verschiedenen Entwicklungsstufen, die ich in dieser Arbeit vorstelle, im wesentlichen gleich.

3.1 Allgemeines Vorgehen

Der Updatevorgang läßt sich in mehrere Teile gliedern. Ich möchte zunächst eine kurze Auflistung der Einzelschritte geben. Diese werden jeweils für alle Teilchen gleichzeitig durchgeführt (paralleles Update), was den Teilchen eine gewisse Reaktionszeit auferlegt: Aktionen benachbarter Teilchen können erst im nächsten Zeitschritt berücksichtigt werden. Diese Schritte sind im einzelnen:

1. Bestimmung eines gewünschten Zielfeldes auf Basis eines probabilistischen Verfahrens,
2. Konfliktbereinigung in den Fällen, in denen mehrere Teilchen dieselbe Zielzelle ausgewählt haben,
3. Ausführen der Züge der Teilchen zu den (eventuell korrigierten) Zielfeldern.

Fußgänger haben bei der Bewegung üblicherweise ein Ziel vor Augen. Daher gebe ich den Teilchen eine Vorzugsrichtung. Diese ist zunächst für alle gleich, läßt sich aber auch individuell für jedes Teilchen einstellen. Im ersten Teilschritt eines Updatevorgangs wird nun für jedes Teilchen unter Berücksichtigung der Vorzugsrichtung ein gewünschtes Zielfeld aus der Menge seiner Nachbarzellen ausgewählt. Den unwillkürlichen Abweichungen von der allgemeinen Wunschrichtung, denen jeder Fußgänger unterliegt, trage ich durch Fluktuationen bei der Auswahl des aktuellen Zielfeldes Rechnung.



$M_{-1,-1}$	$M_{-1,0}$	$M_{-1,1}$
$M_{0,-1}$	$M_{0,0}$	$M_{0,1}$
$M_{1,-1}$	$M_{1,0}$	$M_{1,1}$

Abbildung 1: Ein Teilchen und seine Wunschmatrix

Diese Auswahl geschieht nach einer probabilistischen Vorschrift. Dazu wird allen möglichen Zielfeldern (den angrenzenden Nachbarn und der aktuellen Zelle selber) eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Man erhält so eine WUNSCHMATRIX, deren Elemente die Wahrscheinlichkeiten des Teilchens enthalten, auf den zugeordneten Platz zu wechseln (siehe auch Abb. 1). Diese Wahrscheinlichkeiten sind statisch, hängen also nicht davon ab, wo sich das Teilchen gerade befindet.

Ist das Wunschfeld eines Teilchens besetzt, bewegt es sich in diesem Zeitschritt nicht. Für eine Situation, in der zwei oder mehr Teilchen dasselbe Zielfeld ausgewählt haben, gibt es verschiedene Auswege:

- Alle am Konflikt beteiligten Teilchen bewegen sich in dieser Runde nicht.
- Zwischen den Teilchen wird per Zufall entschieden, welches sich fortbewegen darf. Alle anderen bleiben stehen.
- Zwischen den Teilchen wird im Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten entschieden, die dem Zielfeld zugeordnet waren.

Den ersten Ansatz habe ich nicht weiter verfolgt, da er die Dynamik verlangsamt. In den meisten Modellen habe ich den letzten gewählt, da dieser die zugrundeliegenden Hüpfraten respektiert. Er wird in Abb. 2 am Beispiel von zwei Teilchen verdeutlicht. Effektiv wird also durch diesen Zwischenschritt das Zielfeld gewisser Teilchen auf ihre aktuelle Position zurückgestellt, mit dem Resultat, daß keine zwei Zielfelder mehr gleich sind.

Bei dem Teilchen, dessen Bewegung tatsächlich durchgeführt wird, spreche ich von einem „erlaubten“ Zug, bei allen anderen von einem „verweigerten“ Zug.

Mit den nun gültigen Zielfeldern werden alle erlaubten Teilchenbewegungen gleichzeitig durchgeführt. Zu diesem Zeitpunkt werden auch Meßgrößen ausgewertet, wie der Fluß in einer bestimmten Richtung, Dichteverteilungen usw.

Zur Berücksichtigung der Randbedingungen sind diese Schritte gegebenfalls anzupassen bzw. neue Zwischenschritte einzufügen.

3.2 Ein Spielzeugmodell

Als einfachen Spezialfall möchte ich nun eine Variante betrachten, bei der die Teilchen nur nach oben oder oben rechts hüpfen können. In der Wunschmatrix

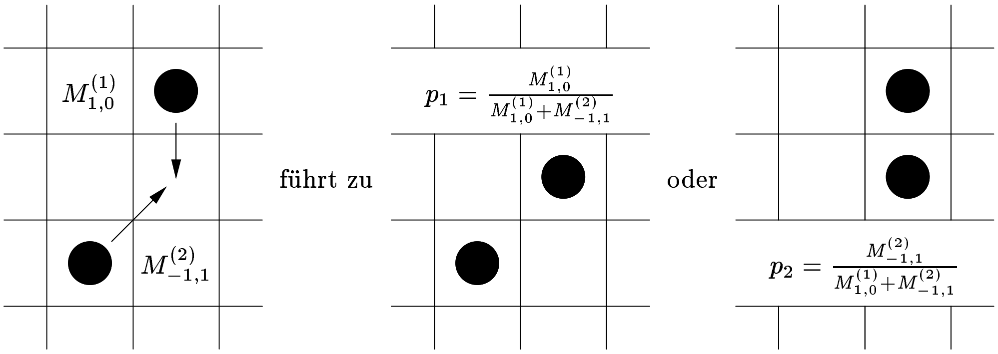


Abbildung 2: Konfliktlösung für zwei Teilchen

können also nur die entsprechenden zwei Elemente von Null verschieden sein. Die Richtung des Flusses zur Senkrechten liegt damit zwischen 0 und 45 Grad. Bezeichne ich die Wahrscheinlichkeit, nach oben zu hüpfen, mit w_1, so gilt

$$\begin{aligned} M_{-1,0} &= w_1 = 1 - w \\ M_{-1,1} &= w_2 = w \end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad w = \tan\alpha\,,$$

wobei der Winkel α der eigentliche Parameter des Modells ist: Er entspricht im Grenzfall verschwindender Dichte dem Erwartungswert der Flußrichtung. Die zu bestimmende Größe ist der Absolutbetrag des Flusses abhängig von Dichte und Winkel.

3.2.1 Simulationen

Um das Verhalten dieses Modells zu illustrieren, möchte ich nun einige Simulationsergebnisse anführen: einerseits Fundamentaldiagramme für ausgewählte Winkel, andererseits Polarkoordinatendarstellungen des Flusses.

Zum Erzeugen des Fundamentaldiagramms wird für den kompletten Dichtebereich der Fluß abhängig von der Dichte gemessen. Für jeden Meßpunkt wird mittels einer separaten Simulation über eine bestimmte Anzahl an Zeitschritten der mittlere Betrag des Flußvektors berechnet und mit einem winkelabhängigen Faktor normiert ($\cos(\alpha)^{-1}$). Das Ergebnis findet sich in Abb. 3.

Um die Abhängigkeit des Flusses vom Winkel darzustellen, zeige ich in Abb. 4 einen anderen Diagrammtyp: Für jeden Winkel erzeuge ich einen Punkt, der als Koordinaten die Werte des entsprechenden Flußvektors im Verhältnis zur Dichte enthält. Dies kann man auffassen als Polardarstellung mit der Radiusfunktion

$$r(\tilde{\alpha}) = \frac{1}{\rho} \left\| \begin{pmatrix} J_x(\tilde{\alpha}) \\ J_y(\tilde{\alpha}) \end{pmatrix} \right\|$$

und dem Polarwinkel $\tilde{\alpha}$, wobei $\tilde{\alpha}$ den Winkel der effektiven Flußrichtung darstellt.

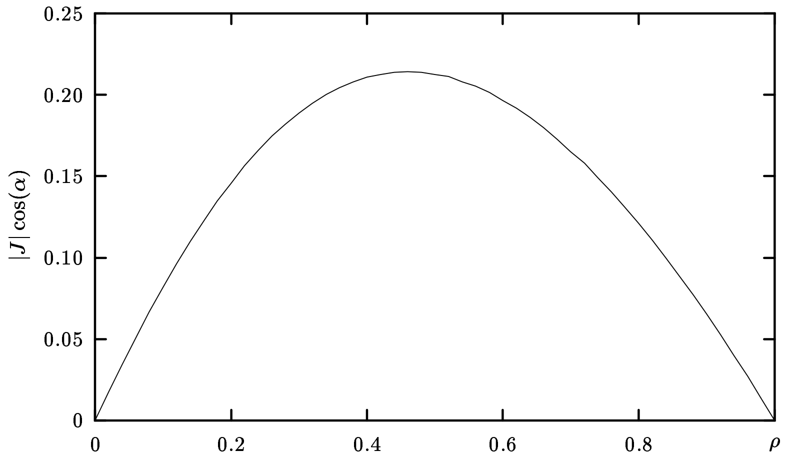


Abbildung 3: Fundamentaldiagramm (normierter Betrag des Flußvektors aufgetragen gegen die Dichte, Winkel $\alpha = 22°$)

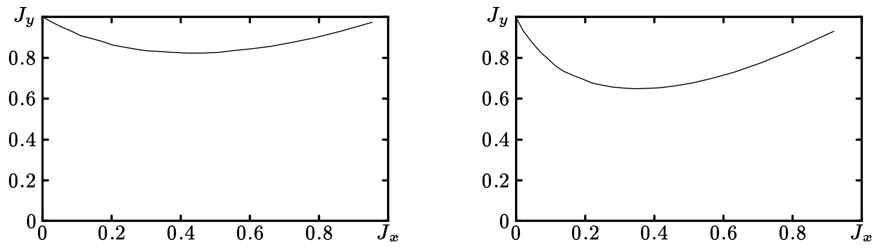


Abbildung 4: Polardarstellungen des Flusses für die Dichten 0.22 und 0.36

Für die Simulation wurde ein Gitter der Seitenlänge 100 mit periodischen Randbedingungen gewählt. Es wurde pro Dichtewert (in Schritten von 0.02) und Winkelwert (in Schritten von 2°) jeweils über 1000 Zeitschritte gemessen.

Man sieht, daß der Fluß um so mehr absinkt, je weniger die Vorzugsrichtung der Teilchen zu einer Symmetrieachse des Gitters korrespondiert, da die Teilchen dann in jedem Zug zwischen zwei Zielfeldern entscheiden müssen und dadurch vermehrt anderen den Weg versperren.

3.2.2 Molekularfeld-Rechnungen

Für dieses sehr beschränkte Modell ist es möglich, Molekularfeldrechnungen durchzuführen. Dazu greife ich ein bestimmtes Teilchen heraus und stelle den Wahrscheinlichkeitsbaum auf (siehe Abb. 5).

Die Wahrscheinlichkeiten an den einzelnen Ästen sind von der Konfiguration vieler umliegender Felder abhängig. Daraus ergibt sich eine sehr große Anzahl an Freiheitsgraden, wodurch sich eine exakte Behandlung schwierig gestaltet. Der Molekularfeldansatz besteht darin, die Besetzungswahrscheinlichkeiten der umliegenden Felder unabhängig von der lokalen Konfiguration anzusetzen. Damit vernachlässigt man zwangsläufig Korrelationen zur Umgebung, erhält aber

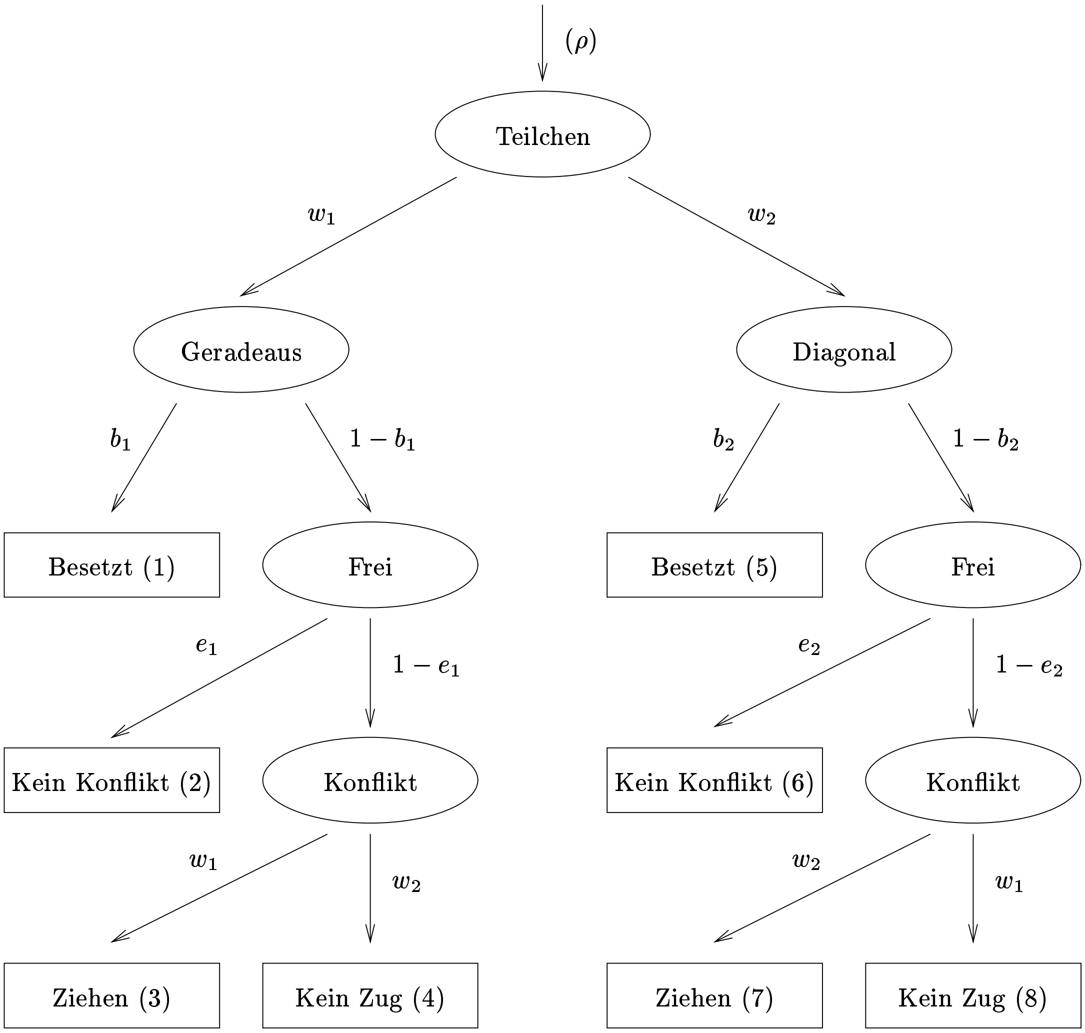


Abbildung 5: Wahrscheinlichkeitsbaum für das Spielzeugmodell

ein beherrschbares System von Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeiten werden dabei als allein abhängig von der globalen Dichte ρ angenommen.

Die rechteckigen Felder des Baumes (die „Blätter“, numeriert von 1 bis 8) stellen die verschiedenen Möglichkeiten dar, die sich beim Zug eines Teilchens bieten. Der linke Teilbaum behandelt den Fall, in dem sich das Teilchen geradeaus bewegen möchte, der rechte den diagonalen Zug. Die Möglichkeiten 1, 4, 5 und 8 bedeuten, daß sich das Teilchen gar nicht bewegt. In den Fällen 2 und 3 bewegt sich das Teilchen einen Schritt nach oben, in den Fällen 6 und 7 vollführt es einen Diagonalschritt.

Die Wahrscheinlichkeiten b_1, b_2, e_1 und e_2 sind zunächst nicht festgelegt. Hierfür gilt es, einen möglichst konsistenten Ansatz zu wählen.

Die Wahrscheinlichkeit, daß das obere Nachbarfeld besetzt ist, nenne ich b_1. Entsprechend steht b_2 für die Wahrscheinlichkeit, daß das Nachbarfeld rechts oben besetzt ist. Sind die entsprechenden Felder frei, bezeichne ich mit e_1 bzw. e_2 die Wahrscheinlichkeiten, daß beim freien Zielfeld keine Konflikte auftreten, also kein anderes Teilchen dasselbe Zielfeld ausgewählt hat. In diesem Modell könnte dies ausschließlich der linke bzw. rechte Nachbar sein, hier kommt also genau ein Teilchen als Konfliktpartner in Frage.

Mit $P(i)$, $i \in \{1, \ldots, 8\}$ bezeichne ich die Wahrscheinlichkeit, daß für ein bestimmtes Teilchen die Variante i des Baumes gewählt wird. Diese ergibt sich als das Produkt der Wahrscheinlichkeiten an den dorthin führenden Ästen. Der Einfachheit halber definiere ich $P(i_1, \ldots, i_n)$ als die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten $\sum_{k=1}^{n} P(i_k)$. Der (vektorielle) Fluß des Systems ist dann

$$J = \rho \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} P(6,7) \\ P(2,3,6,7) \end{pmatrix} .$$

Die Näherung **nullter Ordnung** beschreibt den freien Fall: $b_1 = b_2 = 0$, $e_1 = e_2 = 1$. Als Fluß ergibt sich trivialerweise

$$J^{(0)} = \rho \begin{pmatrix} w_2 \\ w_1 + w_2 \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \tan \alpha \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Dies ist genau der Fluß für den Grenzfall verschwindender Dichte ($\rho \ll 1$).

Die Stufe **erster Ordnung** entspricht der einfachsten Molekularfeldnäherung: Es wird davon ausgegangen, daß die Besetzungswahrscheinlichkeiten aller umliegenden Felder der globalen Dichte entsprechen, also $b_1 = b_2 = \rho$, $e_1 = e_2 = 1$:

$$J^{(1)} = \rho \begin{pmatrix} (1-\rho) w_2 \\ (1-\rho)(w_1 + w_2) \end{pmatrix} = \rho \, (1-\rho) \begin{pmatrix} \tan \alpha \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Dies ist ganz analog zum Resultat, das man beim ASEP in einfachster Molekularfeldnäherung erhält.

Die Fluß-Winkel-Charakteristik, die man mit diesen Näherungen erhält, entspricht einer waagerechten Linie. Dies ist unzureichend, um das Verhalten wie in Abb. 4 wiederzugeben. Es ist also notwendig, die Molekularfeldmethode noch weiter auszubauen, also zu **höheren Ordnungen** überzugehen.

Der erste Ansatz dazu besteht darin, die Wahrscheinlichkeiten für einen Konflikt anzupassen, dafür also, daß ein anderes Teilchen dieselbe Zielzelle ausgewählt hat. Dazu muß die Ausgangszelle des konkurrierenden Teilchens besetzt sein (Wahrscheinlichkeit ρ), und es muß die entsprechende Richtung gewählt haben. Dies führt zu $e_1 = 1 - \rho\, w_2$ und $e_2 = 1 - \rho\, w_1$. Die Kurven, die man mit diesem Ansatz erhält, geben zwar schon ungefähr den realen Verlauf wieder, die Werte des Flusses für $\alpha = 0°$ und $\alpha = 45°$ sind aber deutlich zu niedrig. Insgesamt ist die Krümmung zu schwach ausgeprägt.

Hier hilft ein **selbstkonsistenter Ansatz** weiter. Dabei wird eine Variable eingeführt, beispielsweise die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Weg durch den Wahrscheinlichkeitsbaum. Durch die Abhängigkeiten zwischen dem Teilchen und seinen Nachbarn liefert diese Größe aber auch einen Beitrag zu einigen Einzelwahrscheinlichkeiten bestimmter Äste. Die daraus entstehenden Gleichungen lassen sich nach dieser neuen Größe auflösen, und somit läßt sich diese durch bekannte Größen ausdrücken.

In meinem Fall führe ich die Wahrscheinlichkeit s dafür ein, daß sich das Teilchen nicht fortbewegt:

$$s = P(1,4,5,8) = 1 - P_y \,.$$

Die Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen, sein Zielfeld besetzt zu finden, läßt sich in dieser Näherung zusammensetzen aus der Wahrscheinlichkeit, daß ein Nachbarteilchen dorthin gewechselt ist, und der Wahrscheinlichkeit, daß ein Teilchen sich dort schon befand und stehen geblieben ist. Dies ergibt $b_1 = \rho(w_2 + s)$, $b_2 = \rho(w_1 + s)$. Für die Konfliktwahrscheinlichkeiten übernehme ich aus obigem Ansatz $e_1 = 1 - \rho\, w_2$ und $e_2 = 1 - \rho\, w_1$. Diesen Ansatz bezeichne ich mit SK1.

Aus dem Wahrscheinlichkeitsbaum ergibt sich dann

$$\begin{aligned} s = {} & w_1\,(b_1 + (1 - b_1)\,(1 - e_1)\,w_2) \\ & + w_2\,(b_2 + (1 - b_2)\,(1 - e_2)\,w_1)\ , \end{aligned} \tag{3.1}$$

was sich ohne größere Schwierigkeiten auflösen läßt nach

$$s = \rho w_1 w_2 \frac{3 - \rho\left(w_1^2 + w_2^2\right)}{1 - \rho\,(1 - \rho w_1 w_2)} \,.$$

Die Ausdrücke für den Fluß lassen sich damit ohne weiteres formulieren, es handelt sich um gebrochen rationale Funktionen in ρ, w_1 und w_2. Aus dem Ansatz heraus war zu erwarten, daß die Resultate bei hohen Dichten ungenau werden, und dies bestätigt sich auch beim Vergleich mit dem Experiment (siehe Abb. 6). Bei Dichten über 0.66 verläßt diese Näherung den zulässigen Bereich, die Ergebnisse werden physikalisch sinnlos. Dieser Ansatz ist also prinzipiell nicht vertrauenswürdig.

Diesen selbstkonsistenten Ansatz kann ich durch genauere Betrachtung von b_1 und b_2 erweitern. Dabei wird der Anteil korrigiert, der das Besetzen des Zielfeldes beschreibt. Das Zielfeld kann nämlich nur dann besetzt werden, wenn es vorher frei war (also nicht besetzt). Daher multipliziere ich diesen Anteil noch mit $(1-b_1)$ bzw. $(1-b_2)$:

$$b_1 = (1-b_1)\,\rho w_2 + \rho s \qquad \Longleftrightarrow \qquad b_1 = \rho \frac{w_2 + s}{1 + \rho w_2}$$
$$b_2 = (1-b_2)\,\rho w_1 + \rho s \qquad \Longleftrightarrow \qquad b_2 = \rho \frac{w_1 + s}{1 + \rho w_1}\,.$$

Der Ansatz für e_1 und e_2 bleibt wieder unverändert. Durch Einsetzen dieser Definitionen in (3.1) und Auflösen der Gleichung erhalte ich einen entsprechend korrigierten (und komplizierteren, aber immer noch gebrochen rationalen) Ausdruck (SK2).

Man sieht in Abb. 6, daß dieser Ansatz schon recht nah an das Simulationsergebnis herankommt. Für die Winkelbereiche nahe 0° und 45° gehen die Wahrscheinlichkeiten, stehen zu bleiben, bei der Näherungsmethode gegen 0, was einleuchtet, da versucht wurde, Korrelationen zu konkurrierenden Teilchen zu erfassen, nicht jedoch Korrelationen zu Vorgängern oder Nachfolgern. In den Simulationen zeigt sich allerdings, daß ab einer Dichte von etwa 0.4 gerade diese Effekte zum Vorschein kommen. Trotzdem bleiben die Ergebnisse dieses Ansatzes über den gesamten Dichtebereich im zulässigen Rahmen. Er ist also dem zuerst beschriebenen Ansatz eindeutig vorzuziehen.

Ich habe die Molekularfeldnäherungen an dieser Stelle beendet, da dieses Modell nur den Charakter einer Vorstudie hat. Es hat sich jedoch gezeigt, daß bereits der Molekularfeldansatz recht aufwendig ist und viele anzupassende Wahrscheinlichkeiten aufweist. Das entspricht der Tatsache, daß analytische Lösungen für zweidimensionale stochastische Modelle bisher nur in wenigen Fällen gefunden wurden und für Hüpfmodelle in dieser Hinsicht gar nichts bekannt ist.

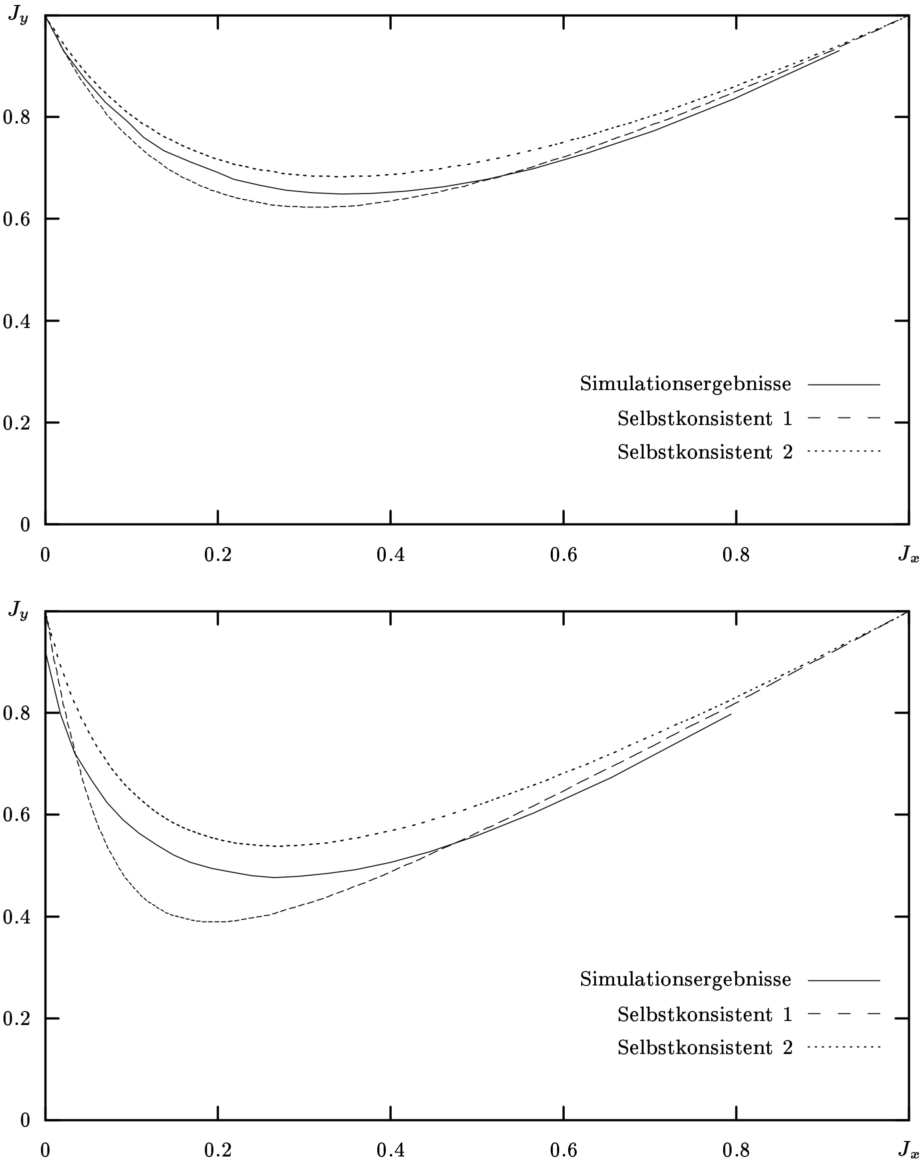


Abbildung 6: Vergleich der numerischen Resultate mit den beiden selbstkonsistenten Ansätzen (Dichten 0.36 und 0.50)

4 Basismodell

Ziel dieses Abschnitts ist es, die Entwicklung des grundlegenden Modells zur Fußgängersimulation zu beschreiben. Dabei gilt es zunächst, einige Richtlinien vorzugeben. Diese betreffen

- die Anzahl der Nachbarn (vier oder acht),
- die Reichweite der Wechselwirkung und
- die Eigenintelligenz der Teilchen.

Weiterhin stelle ich die konkrete Realisierung der Übergangswahrscheinlichkeiten vor und gebe Simulationsergebnisse für verschiedene Parametersätze an. Diese werden für einen Grenzfall mit einer exakten Rechnung verglichen.

4.1 Grundüberlegungen

Ich habe die Anzahl der nächsten Nachbarn auf acht festgelegt. Das Teilchen entscheidet sich also in jedem Zug für eine von maximal neun Möglichkeiten. Die Hinzunahme der diagonalen Bewegungsrichtung ermöglicht eine feinere Kontrolle des mikroskopischen Verhaltens und eine Charakteristik mit achtzähliger Symmetrie, die im Hinblick auf beliebige Vorzugsrichtungen der Fußgänger die grobe Anisotropie des Quadratgitters etwas mildert. Außerdem ist die Anzahl der freien Parameter des Systems bei nur vier Nachbarn sehr begrenzt. Insgesamt verspreche ich mir von dieser Wahl eine realistischere Dynamik.

Bei den eindimensionalen Zellularautomaten zur Verkehrssimulation unterscheidet man Modelle mit $v_{\max} = 1$ und $v_{\max} > 1$. Dies legt die Anzahl der Zellen fest, um die sich ein Teilchen in einem Zeitschritt weiterbewegen kann. Gleichzeitig entspricht dies der Reichweite der Wechselwirkung, denn die Teilchen müssen die entsprechende Anzahl von Zellen vorausschauen, um Kollisionen zu vermeiden. Die Anzahl der verschiedenen möglichen Modelle steigt mit der Maximalgeschwindigkeit, und so ist die Vielfalt der Modelle mit Reichweite eins recht eingeschränkt.

In zwei Dimensionen bedeutet die Entscheidung für $v_{\max} = 1$ jedoch keine unerwünschte Beschränkung der Freiheiten des Modells, da dieses bereits recht komplex ist. Die durchschnittliche Beschleunigungszeit eines Fußgängers zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit beträgt etwa eine halbe Sekunde [35]. Zudem besitzt die Geschwindigkeitsverteilung von Fußgängern ein scharfes Maximum [21, 23]. Die Beschleunigungsphase ist hier im Gegensatz zu Straßenverkehrsmodellen also irrelevant; unterschiedliche mittlere Geschwindigkeiten der Individuen können über verschiedene Hüpfwahrscheinlichkeiten eingestellt werden. $v_{\max} = 1$ ist konsequenterweise die meiner Ansicht nach für Fußgänger adäquate Modellierung.

Daher gibt es keine Grund, die Probleme in Kauf zu nehmen, die bei einer Erhöhung der Reichweite auf Werte größer als eins aufträten: Zum einen ergäbe sich so eine nicht mehr eindeutig festzulegende Anzahl von freien Parametern

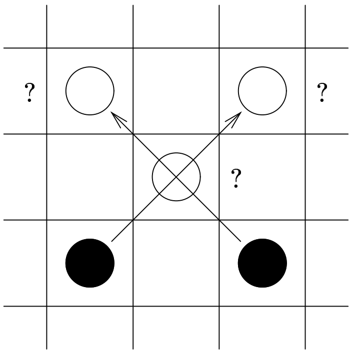


Abbildung 7: Mehrdeutigkeiten bei $v_{\max} > 1$

(die Wunschmatrix hätte bei einer Reichweite von zwei Feldern bereits 25 Einträge). Zweitens träten Probleme beim parallelen Update auf (dies ist in Abb. 7 verdeutlicht): Falls die gewünschten Züge zweier Teilchen sich überkreuzen, läßt sich kein einfaches und schlüssiges Verfahren finden, wie diese Situation behandelt werden soll, denn die Rolle des Feldes in der Mitte ist unklar. Sollen die Teilchen, die sich auf einen diagonalen Weg der Länge zwei festgelegt haben, durch ein Teilchen an dieser Stelle gestoppt werden, oder weichen die Teilchen in dieser Situation aus? Wenn ja, was passiert bei ganz oder teilweise blockierten Ausweichmöglichkeiten?

Es sind viele Situationen denkbar, die auf diese Weise zu Unstimmigkeiten führen. Außerdem leidet bei größerer Reichweite die Simulationsgeschwindigkeit. Dies sind weitere Argumente dafür, in dieser Arbeit konsequent ein Modell mit einer Wechselwirkungsreichweite von eins zu entwickeln.

Als weiteres Prinzip möchte ich den Teilchen so wenig Eigenintelligenz wie möglich erlauben, da deren Implementierung gleichzeitig sinkende Effizienz und erhöhte Komplexität der Simulationsvorschriften bedeutete. Die oben angesprochene Konfliktsituation verlangt aber genau dies, nämlich vorausschauendes Verhalten mit einem gewissen Maß an Überblick. Ich möchte den gegenläufigen Ansatz verfolgen: Die Regeln, denen die Teilchen folgen, sollen Selbstorganisation begünstigen, also die Bildung geordneter Strukturen mittels vieler gleichartiger, einfacher Individuen. Auf diese Weise bleiben außerdem mehr Möglichkeiten zur analytischen Behandlung bestehen.

4.2 Realisierung

Nun gilt es, nach den oben angegebenen Prämissen den eigentlichen zellulären Automaten aufzubauen. Dazu werde ich zunächst die Konstruktion der Wunschmatrix beschreiben und dann den genauen Algorithmus angeben.

4.2.1 Aufbau der Wunschmatrix

Der Matrixaufbau soll beliebige Vorzugsrichtungen erlauben. Vollständige Isotropie kann aufgrund der vorgegebenen zweidimensionalen Gitterstruktur natürlich nicht erreicht werden, trotzdem werde ich nach einem Verfahren suchen, das diese nicht allzusehr verletzt.

Zur Konstruktion der Wunschmatrix betrachte ich zunächst den Spezialfall einer **Bewegung nach rechts**. Zur Indizierung der Matrix verweise ich noch einmal auf Abb. 1.

Bei dieser Bewegung sind von den neun Matrixeinträgen noch fünf frei zu bestimmen: Drei sind durch Symmetrie bestimmt und einer durch die Normierung. Es stellt sich die Frage, inwieweit sich diese Anzahl weiter reduzieren läßt, vorzugsweise auf einen Parametersatz, der intuitiv erfaßbar und idealerweise auch rechnerisch hilfreich ist.

In diesem Sinne stelle ich folgendes Verfahren zur Konstruktion der Matrix vor. Ich verwende eine Kombination von zwei Komponenten (parallel und senkrecht zur Bewegungsrichtung). Dazu bestimme ich jeweils ein Feld der Länge drei, das durch die Menge $I = \{-1, 0, 1\}$ indiziert wird. Diese Indizierung korrespondiert zur entsprechenden Schrittweite, und die Elemente des Feldes enthalten die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

Die Feldelemente benenne ich $\{v_{-1}, v_0, v_1\}$ für die Alternativen *zurück*, *stop* und *vorwärts* bzw. $\{w_{-1}, w_0, w_1\}$ für *links*, *mitte* und *rechts*. Die Felder werden als normiert vorausgesetzt. Die beiden Richtungen fasse ich dann als unabhängig voneinander auf und erzeuge daraus durch Multiplikation die Wunschmatrix, die dadurch nach Konstruktion ebenfalls normiert ist:

$$M_{ij} = w_i \cdot v_j \,. \tag{4.1}$$

Dieses Verfahren führt an sich schon einmal zur Reduzierung der Parameteranzahl von acht auf vier.

Wie wird jetzt das Feld für jede einzelne Richtung erzeugt? Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die drei Feldelemente lassen sich direkt der Erwartungswert und die Varianz der Geschwindigkeit berechnen:

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{i \in I} p_i \\ v &= \sum_{i \in I} i p_i \\ \sigma^2 &= \sum_{i \in I} (i - v)^2 p_i \,. \end{aligned}$$

Diese drei Gleichungen lassen sich jedoch genauso gut umkehren, und aus den vorgegebenen Größen v und σ^2 erhalte ich die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} p_{-1} &= \frac{1}{2}\left(\sigma^2 + v^2 - v\right) \\ p_0 &= 1 - \left(\sigma^2 + v^2\right) \\ p_1 &= \frac{1}{2}\left(\sigma^2 + v^2 + v\right) \,, \end{aligned}$$

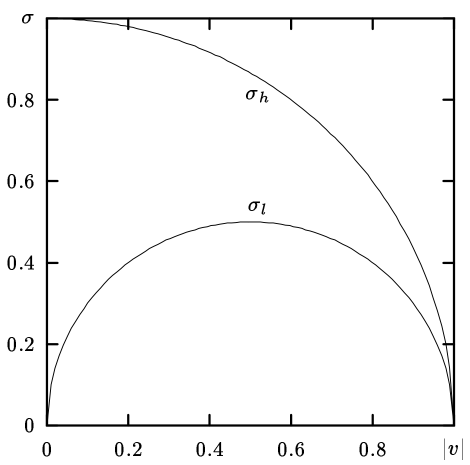


Abbildung 8: σ_l und σ_h in Abhängigkeit von $|v|$

wobei σ im Intervall $[\sigma_l, \sigma_h]$ enthalten ist mit

$$\begin{aligned}\sigma_l^2 &= \frac{1}{4} - \left(|v| - \frac{1}{2}\right)^2 \\ \sigma_h^2 &= 1 - |v|^2 \ .\end{aligned}$$

Der erlaubte Bereich für σ in Abhängigkeit von v ist in Abb. 8 dargestellt. Man erhält also die Feldwahrscheinlichkeiten aus dem Parametersatz $\{v, \sigma\}$.

In unserem Fall werden für das Feld, das die Querbewegung beschreibt, die Parameter $\{0, \sigma_t\}$ angesetzt. Dadurch wird automatisch die Symmetrie der Matrix bezüglich Spiegelung an der Bewegungsrichtung sichergestellt ($w_{-1} = w_1$). Die Vorwärtsbewegung wird erzeugt durch die Werte $\{v, \sigma_v\}$. Somit habe ich einen Weg gefunden, die Bestimmung der Matrixeinträge aus drei Parametern abzuleiten, die auch intuitiv gut verstanden werden können. Überdies können diese Parameter anhand von experimentell ermittelten Werten kalibriert werden.

Als zweiten Schritt zur Realisierung beliebiger Richtungen betrachte ich nun den Spezialfall einer **diagonalen Bewegung**, beispielsweise nach rechts oben. Dazu verwende ich das gleiche Verfahren wie oben beschrieben zur Erzeugung der Felder $\{v_i\}$ und $\{w_i\}$. Die Matrix wird jedoch jetzt anders indiziert: Ich unterteile sie in diagonale Streifen (siehe Abb. 9). Mit dieser Indizierung wird dann wieder (4.1) angewandt.

Bei dieser Methode entsprechen die Parameter v, σ_v und σ_t nicht mehr den ursprünglichen Erwartungswerten. Für die Erwartungswerte bei dieser Matrix erhalte ich jetzt

$$\langle x \rangle = \langle y \rangle = v \left(1 - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right) \ .$$

Nach einer Drehung des Koordinatensystems um 45° ergibt sich für den longi-

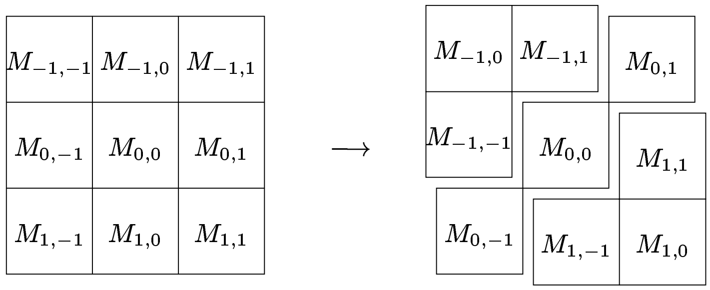


Abbildung 9: Umindizierung der Wunschmatrix bei diagonaler Bewegung

tudinalen und transversalen Anteil

$$\begin{aligned} \langle \tilde{v} \rangle &= \sqrt{2} v \left(1 - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) \\ \langle \tilde{t} \rangle &= 0 \, . \end{aligned}$$

Die zugehörigen Varianzen errechnen sich zu

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_v^2 &= -\frac{3}{2} \sigma_t^2 \left(\sigma_v^2 + v^2 \right) + 2 \left(\sigma_v^2 + v^2 \right) \\ \tilde{\sigma}_t^2 &= -\frac{3}{2} \sigma_t^2 \left(\sigma_v^2 + v^2 \right) + 2 \sigma_t^2 \, . \end{aligned}$$

Man sieht hier, daß durch die Deformation der Diagonalmatrix im allgemeinen gilt $\tilde{v} \neq \sqrt{2} v$, $\tilde{\sigma_v} \neq 2\sigma_v$ und $\tilde{\sigma_t} \neq 2\sigma_t$. Trotzdem werde ich diesen Ansatz in meinen Simulationen verwenden, denn in wichtigen Grenzfällen reduziert er sich in sinnvoller Weise: Im Spezialfall $\sigma_t = 0$ ergeben sich $\tilde{\sigma}_v^2 = 2(\sigma_v^2 + v^2)$ und $\tilde{\sigma}_t^2 = 0$, für $\sigma_v = 0$ und $v = 0$ erhält man $\tilde{\sigma}_t^2 = 2\sigma_t^2$ und $\tilde{\sigma}_v^2 = 0$. Der Faktor 2 erklärt sich sehr einfach aus der Skalierung mit $\sqrt{2}$, die aus der Gittergeometrie folgt.

Die **endgültige Matrix** bilde ich durch Superposition der Matrix für den geraden Fall und der für den diagonalen Fall gewichtet mit dem Tangens des gewünschten Winkels:

$$M_{ij} = (1 - w) \, M_{ij}^{(\mathrm{gerade})} + w M_{ij}^{(\mathrm{diagonal})}$$

mit $w = \tan \alpha$, $\alpha \in [0, \frac{\pi}{4}]$. Durch Ausnutzung der achtzähligen Symmetrie habe ich damit die Möglichkeit, die Bewegungsrichtung kontinuierlich im gesamten Winkelbereich von $[0, 2\pi]$ einzustellen. Jedoch ist zu beachten, daß die effektive Flußrichtung $\tilde{\alpha}$ gegeben durch

$$\tan \tilde{\alpha} = \frac{J_y}{J_x}$$

im allgemeinen etwas vom Parameter α abweichen wird.

Das in Abschnitt 3.2 beschriebene Modell ist ein Spezialfall hiervon mit den Parametern $\sigma_v = \sigma_t = 0$, $v = 1$ und dem entsprechenden Winkel α.

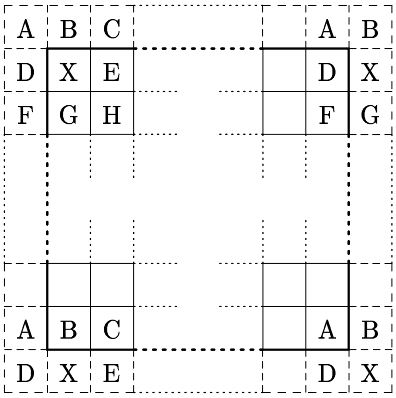


Abbildung 10: Realisierung der periodischen Randbedingungen

4.2.2 Programmablauf

Die Programmstruktur für dieses Modell ist noch relativ einfach. Nach der Vorbereitung der Datenstrukturen werden die Anfangsbedingungen realisiert. Das bedeutet hier die Füllung nach dem Zufallsprinzip bei vorgegebener Dichte ρ. Da ich allen Teilchen dieselben Regeln und dieselbe Vorzugsrichtung gebe, ist die Wunschmatrix für alle gleich. Sie hängt nur vom Winkel α ab, dem zweiten Parameter des Systems, und ändert sich nicht im Laufe der Zeit. Somit wird diese auch zum Programmanfang erzeugt.

Nun werden die in Abschnitt 3.1 angegeben Schritte wiederholt durchlaufen. Dazu sind sowohl bei der Konfliktbereinigung als auch beim Ausführen der Züge die Randbedingungen zu berücksichtigen.

Bei den hier verwendeten periodischen Randbedingungen ist es notwendig, auch für die Felder am Rand die Information über alle acht Nachbarn zugänglich zu machen. Um dies zeitsparend durchführen zu können, vergrößere ich intern die Seitenlänge des Gitters um zwei Einheiten. Ich lege also noch einen Streifen von Zellen um das Gitter herum, in die ich die Information der effektiven Nachbarzellen dupliziere. Diese Methode ist in Abb. 10 am Beispiel der linken oberen Ecke X dargestellt.

Die Zellen am Rand des ursprünglichen Gitters werden in den neu hinzugefügten Rand kopiert, wobei die Eckzellen dreifach und alle anderen einfach erscheinen. Somit brauchen bei der Indizierung der Matrix keine konditionellen Abfragen mehr zu erfolgen, sondern die Indizierung kann insgesamt relativ zur eigenen Position ohne Wissen um eine eventuelle Randlage erfolgen. Das fördert zum einen eine einfachere Struktur des Programms, und zum zweiten erhöht es die Ausführungsgeschwindigkeit.

Zur Bestimmung der Zielzelle und zur Konfliktlösung sind keine weiteren Maßnahmen zur Berücksichtigung der Randbedingungen notwendig. Bei der Realisierung der Teilchenbewegungen ist jedoch noch einmal der umgekehrte Schritt fällig: Die Teilchen, die in den äußersten Ring gewandert sind, müssen zurück ins eigentliche Feld gesetzt werden. Dies geschieht wieder anhand der Identifizierung von gleichbenannten Zellen (vgl. Abb. 10). Mehrdeutigkeiten an den

Ecken sind hier ausgeschlossen, da aufgrund der Konfliktauflösung nur maximal eine der drei Kopien (beispielsweise der Zelle A) besetzt worden sein kann.

Alle Bewegungen in x- und y-Richtung werden aufaddiert, um den Gesamtfluß des Systems zu bestimmen. Daraus läßt sich auch die effektive Richtung des Flusses berechnen. Eine weitere interessante Meßgröße ist der Anteil der erlaubten Teilchenwünsche an der Gesamtzahl (also der erlaubten und der verweigerten), die wiederum gleich dem Produkt aus Teilchenzahl und Gesamtsimulationszeit ist.

4.3 Simulationen

Mit dieser Version des Programms habe ich einige Simulationen durchgeführt. Einerseits kann hier die Winkelabhängigkeit des Flusses untersucht werden, um Aussagen über das Ausmaß der Anisotropie des Systems zu treffen. Desweiteren kann ich bei ausgewählten Winkeln die im letzten Abschnitt angeführten Größen in Abhängigkeit von der Teilchendichte messen. Fundamentaldiagramme lassen sich durch Ausmessen des gesamten Dichtebereichs bestimmen.

4.3.1 Winkelabhängigkeit

Analog zu Abschnitt 3.2.1 betrachte ich nun in diesem Modell die Abhängigkeit des Flusses vom Winkel. Dazu erzeuge ich Fundamentaldiagramme bei verschiedenen Winkeln und Bewegungsparametern. Aufgetragen ist dabei der Absolutbetrag des (vektoriellen) Flusses gegen die Dichte, normiert auf den erreichbaren Maximalfluß. Wieder benutze ich ein quadratisches Gitter der Seitenlänge 100 mit periodischen Randbedingungen. Die Anzahl der Zeitschritte ist nach wie vor 1000. Das genügt in diesem Fall zum Erreichen des stationären Zustandes, weil die Fußgänger im Gegensatz zu Verkehrsmodellen mit größerer Maximalgeschwindigkeit kein Gedächtnis haben und alle die gleiche Vorzugsrichtung besitzen.

Abb. 11 zeigt Fundamentaldiagramme für drei verschiedene Winkel bei der einfachsten Parameterwahl von $v = 1$, $\sigma_v = \sigma_t = 0$. Analog zu Abschnitt 3.2 sieht man, daß eine von den Symmetrieachsen des Gitters abweichende Vorzugsrichtung zu deutlichen Verlusten im Fluß führt. Das (nicht gezeigte) Diagramm für den Winkel von 45° stimmt durch die korrigierende Normierung mit dem für 0° wieder exakt überein.

Die Fundamentaldiagramme bei den gleichen Winkeln jeweils zu den Parametern $v = 0.8$ und $\sigma_v = \sigma_l(v) = 0.4$ beziehungsweise $\sigma_v = \sigma_h(v) = 0.6$ zeigt Abb. 12. Die Fluktuation in Längsrichtung scheint sich nicht gravierend auszuwirken, entscheidend für den Fluß ist im wesentlichen der Mittelwert.

Bemerkenswert ist hierbei, daß die größeren Fluktuationen in Längsrichtung bei Winkel 0° (obere Kurve im rechten Bild) keinen kleineren, sondern einen minimal größeren Fluß hervorrufen. Das führe ich auf die verwendete Konfliktlösungsstrategie zurück: Im Falle, daß ein Teilchen nach vorne hüpfen möchte und ein sich zwei Plätze davor befindliches zurück auf dasselbe Feld, gewinnt

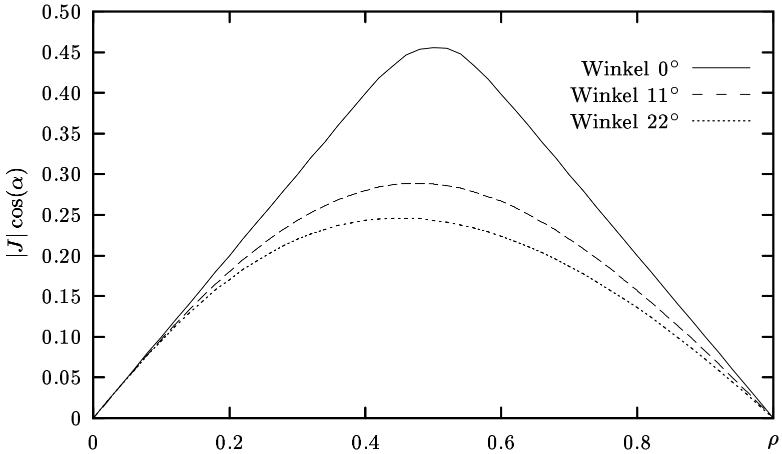


Abbildung 11: Fundamentaldiagramme für verschiedene Winkel; aufgetragen ist der normierte Absolutbetrag des Flußvektors gegen die Dichte

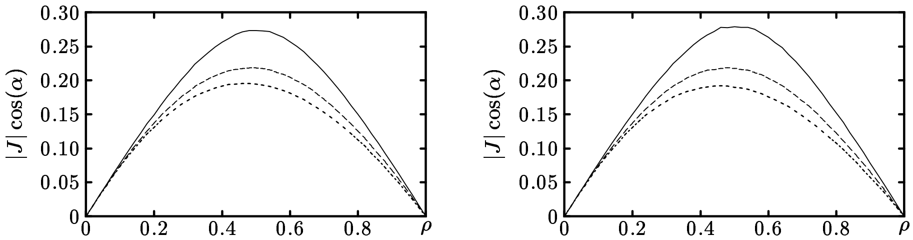


Abbildung 12: Variation der Hüpfwahrscheinlichkeiten ($v = 0.8$ und $\sigma_v = 0.4$ bzw. $\sigma_v = 0.6$), die Winkel sind wieder 0°, 11° und 22°

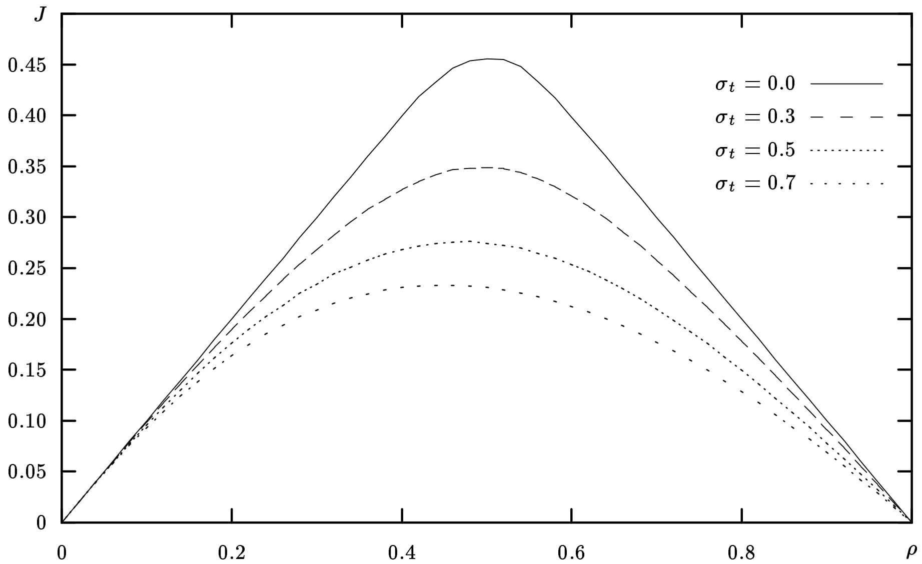


Abbildung 13: Einfluß der Querfluktuation auf das Fundamentaldiagramm bei einem Winkel von 0°

wahrscheinlich das hintere, da diese Entscheidung nach dem Verhältnis der ursprünglichen Hüpfgewichte getroffen wird. Somit wird der Nettofluß etwas erhöht.

4.3.2 Einfluß der Querfluktuation

Um die Auswirkung der Querfluktuationen zu untersuchen, also der Tendenz der Teilchen zur spontanen Abweichung von ihrer Vorzugsrichtung, erstelle ich für einige festgelegte Winkel die Fundamentaldiagramme, jeweils mit variierten Werten von σ_t. Ich möchte im folgenden allerdings grundsätzlich nur noch Bewegungen entlang der Hauptachsen des Gitters weiter untersuchen.

In Abb. 13 zeige ich Fundamentaldiagramme für drei verschiedene Werte von σ_t. Dabei sind die longitudinalen Parameter auf die Standardwerte $v = 1$, $\sigma_v = 0$ gesetzt worden.

Der Fluß hängt nun von diesen Querfluktuationen ab; diese wirken hemmend auf das System, wie zu erwarten war. Das Maximum des Fundamentaldiagramms verschiebt sich bei steigenden Störungen zunehmend in Richtung von kleineren Dichten. Dies konnte man auch schon im vorherigen und in Abschnitt 3.2 beobachten.

4.4 Rechnungen

Setzt man den Parameter σ_t auf 0, so verschwindet bei den Winkeln $\alpha \in \{n\frac{\pi}{4} \,|\, n \in \mathbb{Z}\}$ die Wechselwirkung zwischen parallelen Bahnen von Teilchen, das

Gitter zerfällt in unabhängige Spuren. Im folgenden nehme ich den Fall einer geraden Bewegung nach rechts an, also $\alpha = 0$. Dieser Fall ist bei periodischen Randbedingungen und ganzzahligem Seitenverhältnis des Gitters völlig äquivalent zum Fall $\alpha = \frac{\pi}{4}$; dort laufen die Bahnen lediglich diagonal und winden sich eventuell mehrfach um den Torus, den das Gitter topologisch darstellt.

4.4.1 Entkoppelte Bahnen

In diesem Spezialfall reduziert sich das Modell also auf M Kopien eines eindimensionalen Modells, die nur dadurch verknüpft sind, daß die Summe der Teilchen aller Untersysteme festgelegt wird.

Die eindimensionalen Untersysteme entsprechen im Grenzfall $\sigma_v = \sigma_l$ und $\sigma_t = 0$ dem ASYMMETRISCHEN EXKLUSIONSPROZESS, kurz ASEP [13] mit $p = v$. Das Fundamentaldiagramm für den ASEP mit parallelem Update und periodischen Randbedingungen ist nach [14] beschrieben durch

$$J_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{1 - 4p\rho\,(1-\rho)}\right) . \tag{4.4}$$

Für $p = 1$ reduziert sich das auf eine um $\frac{1}{2}$ symmetrische Dreiecksfunktion.

Da die Dichte der Teilchen nur global vorgegeben ist, wird die Teilchenanzahl der einzelnen Bahnen fluktuieren. Um diese Verteilung auszurechnen, gehe ich von einem System aus M Bahnen mit jeweils N Feldern aus. Auf diese $M \cdot N$ Felder sollen jetzt $\rho \cdot MN$ Teilchen verteilt werden, wobei der letzte Ausdruck zwangsläufig ganzzahlig ist. Die Teilchen werden nacheinander auf jeweils einen der noch freien Plätze verteilt.

Die zu bestimmende Größe ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, daß von n bereits verteilten Teilchen genau i in einer ausgewählten Bahn liegen. Ich bezeichne sie mit $P(i,n)$.

Dieses Problem ist zu folgender Beschreibung äquivalent: In einer Urne befinden sich N rote und $(M-1)N$ schwarze Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit, daß von n ohne Zurücklegen gezogenen genau i rot sind, ist $P(i,n)$.

Die Verteilung von $P(i,n)$ ist bekannt: Es handelt sich um die HYPERGEOMETRISCHE VERTEILUNG. Diese ist genau als die Anzahl i der roten Kugeln unter n aus einer Urne mit r roten und s schwarzen Kugeln gezogenen definiert:

$$\mathfrak{P}\,(i) = \frac{\binom{r}{i}\binom{s}{n-i}}{\binom{r+s}{n}} \tag{4.5a}$$

$$\langle\mathfrak{P}\rangle = \frac{rn}{r+s} . \tag{4.5b}$$

Die gesuchte Verteilung lautet also

$$P(i,n) = \frac{\binom{N}{i}\binom{N(M-1)}{n-i}}{\binom{MN}{n}} . \tag{4.6}$$

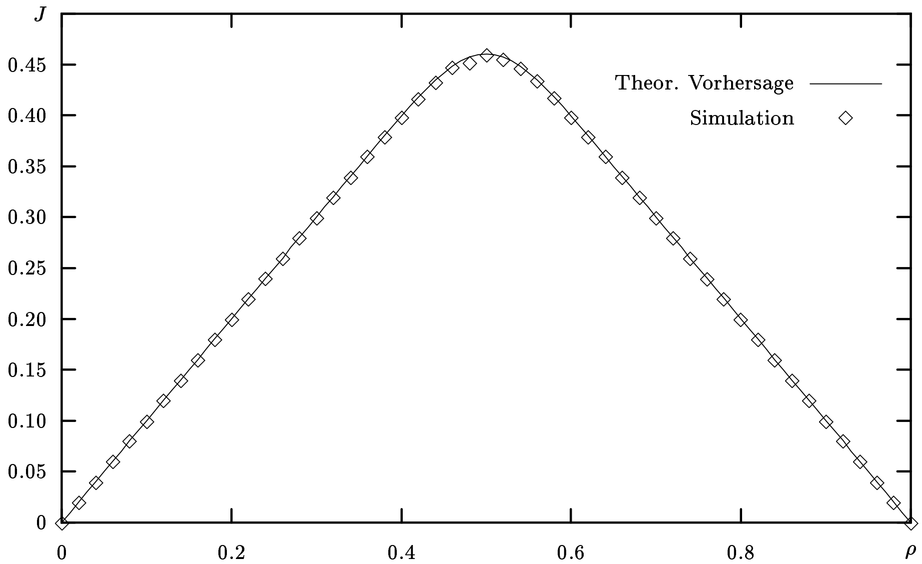


Abbildung 14: Fundamentaldiagramm zum entkoppelten System

Für den Erwartungswert der Dichte einer Bahn erhält man nach (4.5b)

$$\rho_0 = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} iP(i, \rho MN) = \frac{1}{N} \cdot \frac{N \cdot \rho MN}{MN} = \rho\,, \tag{4.7}$$

wie zu erwarten war. Das Fundamentaldiagramm des kompletten Systems führt man auf das eindimensionale, durch (4.4) beschriebene System zurück mittels

$$J(\rho) = \sum_{i=0}^{N} P\left(i, \rho MN\right) J_0\left(\frac{i}{N}\right)\,. \tag{4.8}$$

Abb. 14 zeigt eine Gegenüberstellung von theoretischen und experimentellen Werten für ein System der Kantenlänge 100 mit $v = 1$. Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet.

Leider läßt sich diese Rechnung für Werte von $\sigma_v > \sigma_l$ nicht verallgemeinern. Dieses Modell entspricht dem partiell asymmetrischen ASEP. Es wurde zwar exakt gelöst [36], allerdings für zufallssequentielles Update. Für das hier verwendete komplizierte Update mit Konfliktbereinigung ist jedoch keine Lösung bekannt.

5 Erweiterung des Modells

Die bisher vorgestellten Modelle sind einfache zweidimensionale zelluläre Automaten. Für alle Zellen (besetzte und unbesetzte) gelten exakt die gleichen Regeln (es existiert also genau eine Spezies von Teilchen). Ferner beruht die Wechselwirkung allein auf einem Ausschlußprinzip (d. h. es können niemals mehrere Teilchen dieselbe Zelle besetzen).

Daher sind diese Modelle prinzipiell nicht dazu geeignet, Fußgänger in realistischer Weise zu simulieren. Hier muß man folgende Punkte berücksichtigen:

1. Verschiedene Gruppen von Fußgängern können verschiedene Ziele haben.
2. Die Fußgänger agieren je nach Situation unterschiedlich (also beispielsweise zielstrebig oder nervös).
3. Fußgänger neigen dazu, sich in Gruppen zu bewegen und sich der Umgebung anzupassen.
4. Fußgänger haben individuell verschiedene physische Eigenschaften.

Zunächst werde ich auf die prinzipiellen Erfordernisse dieser Eigenschaften und die möglichen Realisierungen im Rahmen meines Modells eingehen.

5.1 Überblick

Die **Diversität** unter den Fußgängern (Punkt 1) ist verhältnismäßig einfach zu realisieren. Dazu wird für jede Gruppe von Teilchen eine spezielle Wunschmatrix konstruiert, die die Vorzugsrichtung und das Ausmaß der Fluktuationen widerspiegelt. Im Extremfall erhält jedes Teilchen seine individuelle Matrix. Die Matrix wird mit dem oder den zugeordneten Teilchen identifiziert und ist überall dort effektiv, wo sich Teilchen aus dieser Gruppe befinden.

Ein zweiter Ansatz lautet folgendermaßen: Jedem Raumpunkt wird eine eigene Wunschmatrix zugeordnet. Diese kann im einfachsten Fall überall gleich sein oder als Extremfall überall verschieden. Jedes Teilchen verwendet dann die Wunschmatrix der Zelle, in der es sich gerade befindet. Dadurch führe ich eine Unterscheidung verschiedener räumlicher Regionen ein, die dann die sich darin befindenden Teilchen in ihrem Sinne weiterleiten. Dieses Verfahren böte sich an, um kompliziertere Geometrien darzustellen oder dem Modell bevorzugte Laufwege aufzuprägen.

Im folgenden betrachte ich maximal vier Gruppen von Fußgängern, die sich durch ihre Vorzugsrichtung unterscheiden. Ich werde einige Simulationen vorstellen, bei denen sich zwei Gruppen in entgegengesetzter Richtung zueinander bewegen (Abschnitte 6.3.2, 6.3.3 und 6.4) oder vier in rechten Winkeln zueinander (Abschnitt 6.5). Dies wird dadurch erreicht, daß ich für jede Gruppe eine separate, aber ortsunabhängige Wunschmatrix erzeuge.

Zur Erläuterung von Punkt 2 (der **Stimmung** der Fußgänger) möchte ich die Tatsache ansprechen, daß sich Personen bei freiem Laufweg im wesentlichen sehr zielstrebig bewegen. Geraten sie in ein Gedränge, versuchen sie jedoch, durch Ausweichmanöver ihrem Ziel näher zu kommen. Dadurch lassen sich beispielsweise Hindernisse oder Staus umgehen. Ich muß also den Teilchen die Möglichkeit geben, abhängig von der Situation den Zustand zu ändern.

Dies wird dadurch realisiert, daß ich jede Wunschmatrix grundsätzlich in zwei oder mehr Versionen zur Verfügung stelle, die sich in ihren Fluktuationen unterscheiden. Die Teilchen verwenden dann jeweils die, die der aktuellen Situation angepaßt ist. Prinzipiell ist auch eine Wunschmatrix denkbar, die kontinuierlich von bestimmten Variablen abhängt. Dies werde ich in Abschnitt 5.2 beschreiben.

Weiterhin gilt es, sich dem **Gruppenverhalten** von Fußgängern zu widmen (Punkt 3). Fußgänger neigen prinzipiell dazu, einen gewissen Mindestabstand zu ihresgleichen einzuhalten. Das ist in diesem Modell grundsätzlich durch das Ausschlußprinzip enthalten. Auf größerer Längenskala zeigt sich jedoch eine Anziehung: Individuen, die das gleiche Ziel haben, neigen dazu, sich in kleinen Gruppen zu bewegen. Diese Form der langreichweitigen Wechselwirkung ist im bisherigen Modellrahmen nicht zu erreichen.

Ein Ansatz könnte sein, den Teilchen einen Blickhorizont zu geben und sie in diesem Bereich nach anderen Teilchen suchen zu lassen. Auf Basis dieser Übersicht kann dann das individuelle Verhalten modifiziert werden. Dabei zeigen sich jedoch einige Probleme: dieses Verfahren ist ineffizient, da großer zusätzlicher Rechenaufwand für die Beobachtung der Umgebung jedes einzelnen Teilchens anfällt. Darüberhinaus ist nicht klar, in welcher Weise sich die Reaktion der Teilchen auf ihre Umgebung ausdrücken soll. Außerdem verletzt dieser Ansatz das grundsätzliche Prinzip, nach Möglichkeit auf Eigenintelligenz der Teilchen zu verzichten.

Ich habe diese Wechselwirkung auf indirektem Wege implementiert. Dazu wird jeder Zelle neben der Besetzungszahl ein weiterer Wert zugeordnet, den ich als BODENFELD interpretieren möchte. Das ist vergleichbar mit Pheromonspuren bei Insekten [37], chemischen Spuren bei Bakterien (Chemotaxis [38]) oder der Bildung von Trampelpfaden [26].

Im Unterschied dazu ist dieses Feld kein Abbild einer real existierenden Größe, sondern rein virtuell. Es hat die Funktion, die Zellen des Gitters für die Teilchen zu bewerten, so daß diese zwischen „guten“ und „schlechten“ Regionen des Raumes unterscheiden und sich danach richten können. Es dient nicht der Definition einer Vorzugsrichtung, was an anderer Stelle ebenfalls untersucht wurde [28]. Umgekehrt beeinflussen die Teilchen das Feld, indem sie diesem ihre „Meinung“ von der Güte der aktuellen Position aufprägen. Dieser Gedanke läßt sich erweitern, indem verschiedenen Gruppen jeweils eigene, unabhängige Felder zugeordnet werden.

Dieses Feld unterliegt selber einer Evolution. Es hat eine Diffusions- und eine Zerfallskomponente. Durch die Diffusion wird die Reichweite im Raum realisiert; der Zerfall führt auf eine charakteristische Reichweite in der Zeit. Die „Spur“ der Teilchen verliert sich somit nach einer gewissen Zeit, der mittleren Lebensdauer des Feldes.

Dieses relativ simple Verfahren liefert mir ein Mittel, kollektive Phänomene zu realisieren, ohne auf die Vorteile der rein lokalen Übergangsregeln verzichten zu müssen. Diese Ideen werde ich in Abschnitt 5.3 näher ausführen.

Punkt 4 stellt prinzipiell nur eine Erweiterung der Punkte 1 und 2 dar in dem Sinne, daß wesentlich mehr Parametersätze für die Bewegung erzeugt werden, die die verschiedenen Geschwindigkeiten und Streuungen der Fußgänger unterschiedlicher **Konstitution** wiedergeben. Dies ist gleichfalls unproblematisch in der Realisierung; der Organisationsaufwand dafür hielte sich in Grenzen. Diese Erweiterung habe ich jedoch in dieser Arbeit nicht betrachtet, man sollte jedoch darauf zurückgreifen, wenn die Realitätsnähe der Simulation optimiert und diese genau an vorhandene Gegebenheiten angepaßt werden soll.

5.2 Zweiter Bewegungsmodus

Die einfachste Motivation, den Teilchen mehr als einen Bewegungsmodus zu geben, liegt in der Umgehbarkeit von Hindernissen. Setzt man beispielsweise eine Wand einer gewissen Breite quer zur Bewegungsrichtung, so führt das im ursprünglichen Modell ohne Querfluktuationen dazu, daß sich alle Teilchen, in deren Weg die Wand steht, hinter der Wand stauen und dort für alle Zeiten gefangen sind. Alle anderen Teilchen bewegen sich völlig ungestört. Dies ist illustriert im ersten Bild von Abb. 15, die Vorzugsrichtung weist dabei nach rechts.

Eine naheliegende Maßnahme besteht hier darin, den Parameter für die Querfluktuation auf einen von Null verschiedenen Wert hochzusetzen. Das führt zu einer Reduktion der hinter der Wand gestauten Teilchen, denn die Teilchen diffundieren in der Querrichtung, so daß gestaute Teilchen mit einer bestimmten Rate die Wand umgehen können. Da andererseits Teilchen aus dem freien Bereich durch die Querdiffusion hinter die Wand gelangen, stellt sich ein Gleichgewicht ein mit einer mittleren Zahl an hinter der Wand gestauten Teilchen, die geringer ist als im Ursprungsmodell.

Da diese Querfluktuation aber auch im freien Bereich aktiv ist, wird dort der Fluß beeinträchtigt (vgl. Abb. 13). Es gilt also, diese Fluktuation nur bei Bedarf anzuschalten. Dieser „Bedarf“ muß spezifiziert werden, ohne eine übermäßige Intelligenz der Teilchen ins Spiel zu bringen.

Dazu stelle ich wie im Überblick vorgeschlagen zwei Wunschmatrizen auf: Eine für die freie Bewegung („glückliche“ Teilchen) ohne oder mit nur sehr geringer Fluktuation, und eine für den gestörten Fall („unglückliche“ Teilchen) mit einem deutlichen Fluktuationsanteil. Um die Regeln für die Übergänge zwischen diesen beiden Modi zu bestimmen, führe ich zwei Zähler und zwei zugehörige ganzzahlige Parameter s_1 und s_2 ein.

Der erste Zähler zählt im freien Modus, wie viele Bewegungsschritte in Folge verweigert wurden: Ist diese Anzahl größer oder gleich s_1, so wechselt das Teilchen in den unglücklichen Modus. Der zweite Zähler zählt im gestörten Modus, wie viele Schritte in Folge gestattet wurden: Ist diese Anzahl größer oder gleich s_2, so wechselt das Teilchen wieder in den glücklichen Modus. In beiden Fällen werden die entsprechenden Zähler auf Null zurückgesetzt.

Jedes Teilchen führt seinen eigenen Satz von Zählern mit, was man als minimales individuelles Gedächtnis deuten kann. Dieser Ansatz arbeitet somit rein lokal

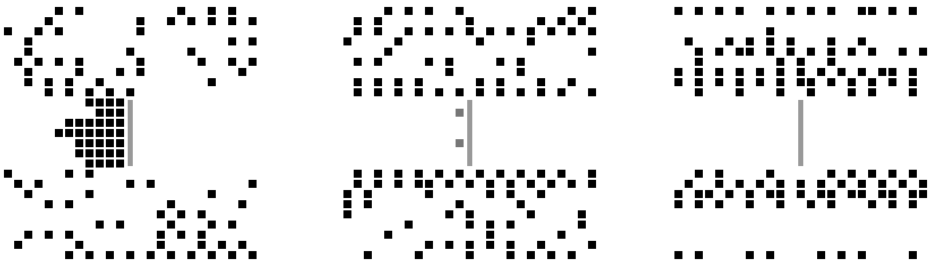


Abbildung 15: Zur Wirkung des zweiten Modus bei Hindernissen

und umgebungsunabhängig. Den Effekt auf das Verhalten der Teilchen kann man im mittleren Bild von Abb. 15 gut erkennen: Der Stau hinter der Wand wird abgebaut, dort befinden sich im abgebildeten Moment lediglich zwei Teilchen im diffusiven Modus.

Das dritte Bild von Abb. 15 zeige ich an dieser Stelle der Vollständigkeit halber. Es unterscheidet sich vom vorhergehenden durch das Einschalten der Wirkung des Bodenfeldes auf den Bewegungswunsch der Teilchen und damit durch die Existenz einer effektiven gegenseitigen Anziehung.

Diese Bilder stellen einen Vorgriff auf die Abschnitte 5.3 und 6 dar. Dort werden der Bodenfeld-Mechanismus und das Simulationsverfahren genauer erläutert und die Phänomenologie diskutiert.

5.3 Bodenfeld

Nachdem ich die Motivation für ein dem System unterliegendes Feld im Überblick vorgestellt habe, möchte ich nun den Ansatz präzisieren.

Aufgrund des Ausschlußprinzips bezeichnet man die Teilchen gerne als FERMIONEN. Diskrete Felder, deren Wert nach oben nicht begrenzt ist, werden dagegen gerne als Besetzungszahlen von BOSONEN interpretiert.

Ich habe mich aus folgenden Gründen für ein kontinuierliches Bodenfeld entschieden (mit Werten aus $[0,1]$):

- Die Granularität der Variablen wäre kontraintuitiv, denn das zugrundeliegende Modell für das Feld ist kontinuierlich.
- Die Operatoren, die die Diffusion und den Zerfall realisieren, arbeiten auf kontinuierlichen Variablen.
- Bei einem ganzzahligen Feld muß ein Überlauf des Wertebereichs des Computers durch eine obere Schranke verhindert werden.

Die Beschränkung auf ein festes Intervall ist zugegebenermaßen nicht wirklich natürlich, andererseits aber auch wieder nützlich in dem Sinne, daß dadurch sehr einfach sichergestellt werden kann, daß der Wertebereich nicht verlassen wird.

5.3.1 Eigendynamik des Feldes

Die grundlegende Gleichung, die das Verhalten des Bodenfeldes bestimmt, lautet

$$\frac{\partial F}{\partial t} = D \cdot \Delta F - \delta \cdot F \tag{5.1a}$$

mit den Parametern Diffusionskonstante D und Zerfallskoeffizient δ. Die Diffusionskonstante steuert, wie schnell Feldanteile von Regionen hohen Wertes zu Regionen niedrigen Wertes übertragen werden und Unregelmäßigkeiten des Feldes ausgleichen. Die Zerfallskonstante sorgt für einen exponentiellen Abfall der Feldwerte mit der Zeit; die Lebensdauer des Feldes ist also endlich.

Den Laplace-Operator diskretisiere ich auf die übliche Weise und erhalte

$$\Delta F_{i,j} = F_{i-1,j} + F_{i+1,j} + F_{i,j-1} + F_{i,j+1} - 4F_{i,j}\ , \tag{5.1b}$$

wobei sowohl Raum- als auch Zeitschritt auf eins normiert sind.

Um sicherzustellen, daß (5.1) nicht dazu führt, daß der Wertebereich des Feldes überschritten wird (es also negativ wird oder größer als eins), gebe ich für die (positiven) Parameter D und δ Obergrenzen vor. Es sind damit keine speziellen Maßnahmen zur Bereichsüberprüfung mehr notwendig.

Wie man leicht sieht, sind die folgenden Schranken hinreichend:

$$0 \le D \le D_{\max} = \frac{1}{8}\,, \qquad\qquad 0 \le \delta \le \delta_{\max} = \frac{1}{2}\,. \tag{5.2}$$

Diese Schranken sind gleichzeitig maximal scharf, d. h. im Falle, daß eine Schranke vergrößert wird, existieren Konfigurationen des Feldes, für die der Wertebereich verlassen würde. Es ist selbstverständlich möglich, eine Schranke zugunsten einer anderen herabzusetzen. Dabei muß gelten:

$$4D_{\max} + \delta_{\max} \le 1\,.$$

Die Wahl der Schranken in (5.2) entspricht also einer gleichmäßigen Aufteilung des Einflusses beider Mechanismen auf die Gesamtentwicklung des Feldes. In der Praxis erreichen die Werte der beiden Parameter diese Schranke jedoch bei weitem nicht.

5.3.2 Wechselwirkung mit den Teilchen

Nun stelle ich vor, in welcher Weise die Teilchen mit dem Feld wechselwirken. Es beeinflußt die Teilchen in zweierlei Weise:

1. Das Feld modifiziert den Bewegungswunsch der Teilchen.
2. Das Feld kann den Modus (die Stimmung) der Teilchen ändern.

Zum ersten Punkt lassen sich zwei Prinzipien formulieren:

- Ein uniformes Bodenfeld sollte die Wunschmatrix nicht ändern.

- Ein nicht-uniformes Bodenfeld sollte es ermöglichen, einen Matrixeintrag von Null auf einen von Null verschiedenen Wert zu ändern.

Eine elementweise Addition der Matrix des Bodenfeldes zur Wunschmatrix mit anschließender Renormalisierung verletzt das erste Prinzip. Eine elementweise Multiplikation des Bodenfeldes beispielsweise mit Boltzmann-Gewichten verletzt das zweite.

Daher habe ich mich zu einem Kompromiß zwischen diesen beiden Herangehensweisen entschlossen, da kein Weg ersichtlich ist, auf elegante Weise die Wechselwirkung aus übergeordneten Prinzipien zu motivieren. Er lautet folgendermaßen:

$$W_{ij} = (M_{ij} + b_2) \cdot \exp\big((F_{ij} - F_{\text{avg}}) \cdot b_1\big)\,, \tag{5.3}$$

wobei ich die Matrix des Bodenfeldes mit F, den Wert des Bodenfeld-Durchschnitts über deren neun Felder mit F_{avg} bezeichne und W die modifizierte Wunschmatrix darstellt. Diese ist anschließend neu zu normieren. Die Parameter dieser Vorschriften sind b_1 und b_2. Sie sollten beide größer oder gleich Null sein.

Dem zweiten Punkt trage ich durch folgende Regel Rechnung: Befindet sich ein Teilchen im unglücklichen Zustand und ist der Wert des Bodenfeldes auf seiner Position größer oder gleich einer bestimmten Schranke b_3, so wechselt es direkt in den glücklichen Modus, ohne den Zählermechanismus nach Abschnitt 5.2 zu berücksichtigen. Demnach ist b_3 aus dem Intervall $[0, 1]$ zu wählen. Diese Vorschrift begünstigt die sanfte Integration von unglücklichen Teilchen in einen bestehenden glücklichen Strom (der durch ein entsprechend hohes Bodenfeld charakterisiert ist). Die Parameter b_1, b_2 und b_3 nenne ich die „aktiven“ Bodenfeld-Parameter.

Die Modifikation des Bodenfeldes durch die Fußgänger kann zum einen den Wert des Bodenfeldes erhöhen, um eine günstige Situation widerzuspiegeln, andererseits aber auch den Wert erniedrigen, um anzudeuten, daß die aktuelle Region ungünstig für die Teilchen ist.

Ich habe nur die erste Variante realisiert, weil sich herausstellte, daß dies zum Erreichen des gewünschten Verhaltens vollkommen ausreicht. Konkret habe ich einen dritten Zähler zum individuellen Teilchengedächtnis hinzugefügt, der die Gesamtzahl aller (also auch nicht aufeinanderfolgender) erlaubten Züge im glücklichen Modus zählt. Ist diese größer als ein bestimmter Wert s_3, so wird nach der Vorschrift

$$F \to F + \min\big((1 - F)\, g_1,\, g_2\big) \tag{5.4}$$

der Wert des Ursprungsfeldes des Teilchens angepaßt. Die Parameter g_1 und g_2 bezeichne ich als „passive“ Bodenfeld-Parameter. Beide sind aus dem Intervall $[0, 1]$ zu wählen.

Eine Übersicht der üblichen Werte der in diesem Abschnitt vorgestellten Parameter findet sich in Anhang A.

5.3.3 Reichweite

Es stellt sich die Frage, welcher Art die Wirkung dieses Feldes auf die Teilchen ist; vor allem das Verhalten für große Entfernungen ist zu untersuchen.

Dazu betrachte ich einen Streifen des Gitters quer zur Bewegungsrichtung. Ich nehme an, daß nur eine Spur mit Teilchen besetzt ist, und bezeichne diese als Spur 0. Die Bahnen parallel dazu sind leer und werden mit ganzen Zahlen indiziert, positiv zur einen Seite hin, negativ zur anderen. Das System ist somit symmetrisch um Spur 0.

Die Teilchen in Spur 0 sollen nicht so dicht verteilt sein, daß sie sich gegenseitig stören, die Dichte beträgt also maximal $\frac{1}{2}$. Unter diesen Bedingungen sind die Teilchen die allermeiste Zeit im glücklichen Zustand, erhöhen also bei jedem Schritt den Wert des Bodenfeldes der Ursprungszelle um den Betrag α. Dieser ist eine Funktion des Bodenfeldwertes f_0 an dieser Stelle, vgl. (5.4). Für eine gegebene Zelle ist das durchschnittliche Inkrement $\rho\alpha$.

Im Gleichgewichtszustand gehe ich davon aus, daß der Wert des Bodenfeldes in jeder Zelle konstant bleibt. Ferner mache ich die Annahme, daß sich der Wert des Bodenfeldes in jeder Spur räumlich nicht ändert. Diese Annahmen stimmen allerdings nur näherungsweise, da sich gleichzeitig bewegende Teilchen mindestens eine Lücke von einer Zelle einhalten. Eine komplette Behandlung würde abwechselnd von einer besetzten und $1/\rho - 1$ freien Zellen ausgehen und eine Periodizität des Systems der Länge $1/\rho$ in Längsrichtung annehmen. Exakt wäre dies nur für ganzzahlige Werte von $1/\rho$.

Ich möchte dies hier aber nicht ausführen, sondern mich auf die oben getroffenen Annahmen beschränken. Für diese leite ich das Abfallverhalten des Feldes wie folgt her.

Nach (5.1) und (5.4) lauten die Gleichungen für Spur 0 und Spur n im stationären Zustand

$$\begin{aligned} 0 &= 2Df_1 - (2D+\delta)\, f_0 + \rho\alpha\,, \\ 0 &= D\,(f_{n-1} + f_{n+1}) - (2D+\delta)\, f_n\,. \end{aligned}$$

Es folgen die Anfangsbedingung

$$f_1 = \frac{(2D+\delta)\, f_0 - \rho\alpha}{2D} \tag{5.5}$$

und die Rekursionsbeziehung

$$f_{n+1} = af_n - f_{n-1} \qquad \text{mit} \qquad a = 2 + \frac{\delta}{D}\,. \tag{5.6}$$

Im Grenzfall $\delta = 0$ bzw. $a = 2$ ist die Lösung

$$f_n = f_0 + n\,(f_1 - f_0)\ ,$$

so daß die konstante Folge $f_n = f_0$ hier die einzige konvergente Lösung darstellt; in diesem Fall folgt $\alpha = 0$.

Zur Lösung von (5.6) für $a > 2$ setze ich mit der geometrischen Folge an

$$f_n = f_0 \, b^{-n} \,. \tag{5.7}$$

Damit erhalte ich als Bedingung für den Faktor b

$$b_{+/-} = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - 1} \tag{5.8}$$

mit

$$b_+ > 1 \qquad \text{und} \qquad b_- < 1 \,,$$

wobei die zweite Lösung b_- unphysikalisch ist wegen $|f_n| \to \infty$. Ich setze also $b = b_+$. Die Korrelationslänge dieses Verhaltens ist

$$\xi = \frac{1}{\ln b} \,.$$

Meine Behauptung ist nun: Die Folge (f_n) mit den Startwerten f_0 und f_1 konvergiert genau dann, wenn $f_1 = f_0/b$. Die Lösung ist dann gegeben durch (5.7) mit dem Grenzwert 0.

Für $a > 2$ definiere ich die Abweichung eines gegebenen Wertes f_n vom entsprechenden Wert der konvergenten Folge (5.7) als

$$d_n = f_n - f_0 \, b^{-n} \,.$$

Daraus folgt per Definition $d_0 = 0$. Durch Einsetzen in (5.6) und Ausnutzen von (5.8) erhalte ich die Rekursionsbeziehung für die Abweichungen

$$d_{n+1} = a d_n - d_{n-1} \,.$$

Hierzu läßt sich zeigen, daß gilt

$$|d_{n+1}| \geq b \, |d_n| \;.$$

Somit führen alle Abweichungen von f_1 vom Wert f_0/b dazu, daß die Folge divergiert. Obige Behauptung ist damit gezeigt. □

Diese Lösung existiert für beliebige Startwerte f_0. Dies kann man nun einsetzen in (5.5) und erhält folgende Abhängigkeit des Feldwertes von der Dichte:

$$f_0 = \frac{\rho\alpha}{2D\left(1 - \frac{1}{b}\right) + \delta}$$

Hierbei ist die Fallunterscheidung aus (5.4) zu beachten: Für ein $f_0 < 1 - g_2/g_1$ gilt $\alpha = g_2$, sonst $\alpha = (1 - f_0)\, g_1$. Nur im ersten Fall ist das Bodenfeld der Dichte direkt proportional.

Eine Aufstellung der Werte der hier behandelten Größen bei verschiedenen Wahlen der Bodenfeldparameter liefert Tab. 1. Das Verhältnis zwischen Zerfalls- und Diffusionkonstante bestimmt die Korrelationslänge. Diese wird groß für kleine Zerfallsraten und große Diffusionskonstanten. Der Wert des Bodenfeldes in

δ	$8D$	a	b	ξ	$f_0(\rho = 0.2)$	$f_0(\rho = 0.4)$
0	—	2	1	∞	1	1
0.005	0.15	2.27	1.67	1.96	0.31	0.58
0.005	0.10	2.40	1.86	1.61	0.46	0.67
0.010	0.15	2.53	2.04	1.40	0.30	0.58
0.015	0.15	2.80	2.38	1.15	0.29	0.57

Tabelle 1: Die relevanten Größen zum Bodenfeld für vier Beispielkonfigurationen

der mittleren Spur hängt vorwiegend von der Diffusionskonstanten ab, da die Zerfallskonstante sehr klein ist. Hier führt schwächere Diffusion zu höheren Feldwerten.

Zusammenfassend möchte ich folgendes feststellen: Das Feld fällt exponentiell ab (in den Sozialkräftemodellen werden ebenfalls exponentiell abfallende Wechselwirkungen verwendet). Die Reichweite ξ des Feldes liegt bei ein bis zwei Gitterzellen. Trotzdem ist der Einfluß über größere Entfernungen hinweg spürbar. Um ein Teilchen auf eine parallele Spur zu bewegen, sind nur subtile Felddifferenzen erforderlich: Diese beeinflussen die Wahrscheinlichkeitsmatrix, so daß im statistischen Mittel auch Feldunterschiede wirksam werden, die erheblich kleiner sind als eins.

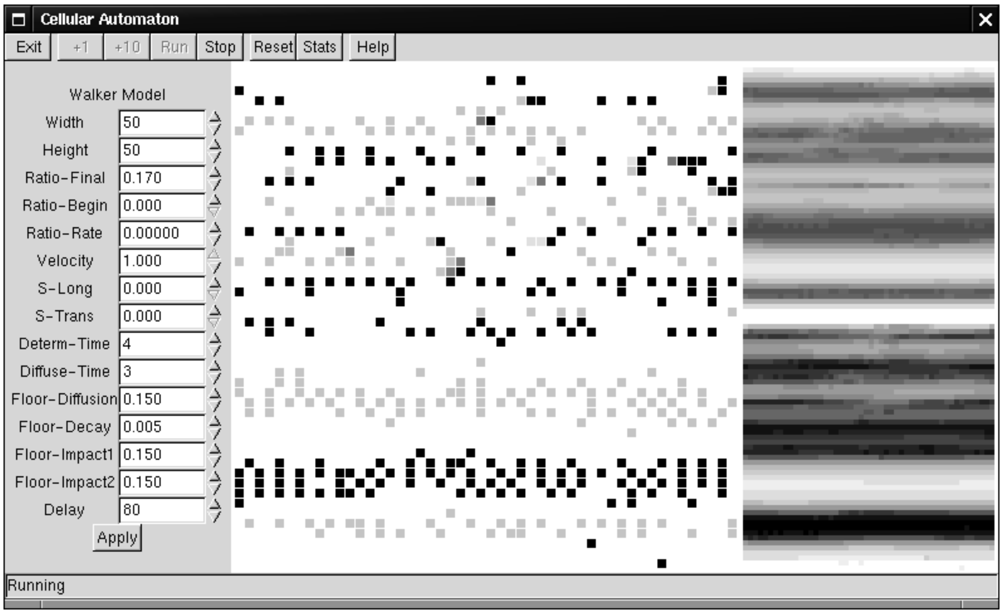


Abbildung 16: Bildschirmkopie der graphischen Version des Programms

6 Simulationen

In diesem Abschnitt möchte ich Simulationsergebnisse präsentieren, die mit dem kompletten Modell gewonnen wurden. Das Simulationsprogramm enthält nun alle Erweiterungen, die in Abschnitt 5 beschrieben wurden.

Viele der nachfolgend untersuchten Phänomene sind bisher nicht mit Zellularautomaten, sondern mit anderen Simulationsverfahren realisiert worden. Ich möchte vor allem herausstellen, daß es keineswegs unmöglich ist, diese mit räumlich und zeitlich diskreten Modellen zu reproduzieren, sondern daß dies ohne weitere Anpassungen des Modells gelingt.

6.1 Simulationsbeispiel

Beispielhaft zeigt Abb. 16 die graphische Version des Programms bei der Simulation von zwei gegenläufigen Fußgängerströmen.

Der quadratische Bereich in der Mitte stellt die Belegung des Gitters dar, das hier eine Seitenlänge von 50 Zellen hat und links und rechts periodisch geschlossen ist, oben und unten aber begrenzt. Die Fußgänger befinden sich also in einem Korridor.

Die dunklen Teilchen laufen nach links, die hellen nach rechts. Jede Teilchensorte tritt in zwei leicht verschiedenen Schattierungen auf, einer dunkleren im normalen, glücklichen Modus und einer helleren im diffusen, unglücklichen Modus. Man erkennt sehr schön, daß sich im unteren Bereich bereits Spuren ausgebildet haben, wogegen dieser Vorgang in der oberen Hälfte noch nicht abgeschlossen ist. Dort gibt es vermehrt Kollisionen, die teilweise einen Moduswechsel der betroffenen Teilchen und Staus hinter den betreffenden Stellen verursachen. Die effektive Anziehung von Teilchen gleicher Sorte führt dazu, daß zwischen ausgebildeten Spuren ein Freiraum von einigen Zellen Breite entsteht.

Der rechte Bereich zeigt übereinander die Bodenfeldverteilung für die beiden Teilchensorten (um den Faktor zwei verkleinert). Oben befindet sich die Ansicht für die hellen Teilchen, unten die für die dunklen. Dunklere Bereiche stehen für einen hohen Feldwert, hellere für einen niedrigen. Die Übereinstimmung von Bereichen starken Feldes einer Teilchensorte mit einer sich dort befindlichen Spur ist durch Vergleich der Haupt- und der Feldansicht deutlich zu erkennen. Weiterhin kann man feststellen, daß der Bereich, in dem noch Unordnung herrscht, durch kleinere und zufälliger verteilte Feldwerte gekennzeichnet ist.

Ganz links befinden sich die Einstellmöglichkeiten für ausgewählte Parameter des Systems (vgl. Anhang A).

6.2 Grundeinstellungen und Simulationszeiten

Die Dimensionen der im folgenden betrachteten Gitter sind – sofern nicht anderweitig angegeben – eine Breite (also die Dimension quer zur Bewegungsrichtung) von 25 Zellen und eine Länge von 200. Die Randbedingungen sind periodisch in der Laufrichtung und begrenzt zur Seite hin (Korridorkonfiguration). Weiterhin gelten folgende Einstellungen für die Bewegung der Teilchen:

Modus	v	σ_v	σ_t
Glücklich	1	0	0
Unglücklich	2/3	$\sigma_h(v)$	2/3

Abweichungen von der Vorzugsrichtung werden also bei glücklichen Teilchen ausschließlich durch das Bodenfeld verursacht.

Für die nun folgenden Simulationen wurde grundsätzlich die deutlich schnellere Simulationsversion ohne graphische Oberfläche eingesetzt. Details zur Programmstruktur gebe ich in Anhang B an. Zur Beurteilung der Geschwindigkeit des Programms zieht man verschiedene Größen heran. Vor allem benutzt wird die Zahl der Einzelupdates pro Sekunde (mega updates per second, „MUPS“). Um die Anzahl der Zeitschritte pro Sekunde zu erhalten, muß diese durch die Systemgröße dividiert werden. Die Anzahl der simulierten Zeitschritte wird oft als Vielfaches der Systemgröße angegeben.

Folgende Tabelle faßt typische Werte meines Programms zusammen (zugrundegelegt werden eine `SUN Ultra`-Workstation mit 400 MHz und die hier am häufigsten betrachtete Systemgröße von 200×25 Zellen):

Millionen Updates pro Sekunde, MUPS	0.25
Zeitschritte pro Sekunde	50
Zeitdauer für einen Lauf	15 Minuten – 2 Stunden

Die Simulation eines Systems dieser Größe gelingt also in etwa 15-facher Echtzeit (zur Kalibrierung des Zeitschritts siehe Anhang A).

6.3 Spurbildung

6.3.1 Vorzugsdichte

Bei Simulationen mit nur einer Teilchensorte ist zu erkennen, daß sich Bereiche mit hoher lokaler Dichte und solche mit niedriger Dichte ausbilden. Offenbar bevorzugen es die Teilchen, sich zusammenzugruppieren, anstatt die zur Verfügung stehende Fläche gleichmäßig auszufüllen.

Dies läßt sich auf die attraktive Fernwirkung des Bodenfeldes zurückführen. Bei einer anfangs rein zufälligen Verteilung entstehen durch Fluktuationen Unregelmäßigkeiten, die sich verstärken und zur Symmetriebrechung führen. Das System strebt dann einem Zustand zu, in dem sich mehrere Spuren zeigen, die durch Freiräume getrennt sind. Sehr schön ist dies in Abb. 15 auf Seite 34 zu erkennen: Im zweiten Bild ist die Wirkung des Feldes auf die Bewegungswünsche der Teilchen ausgeschaltet, im dritten Bild ist sie aktiviert. (Die Randbedingungen sind dort ausnahmsweise auch in der Senkrechten periodisch, die Vorzugsrichtung zeigt nach rechts. Das Bodenfeld an sich und der passive Mechanismus nach (5.4) existieren allerdings bei beiden Simulationen.)

Die lokale Dichte innerhalb der Spuren ist unabhängig von der globalen Dichte immer etwa gleich hoch; das Modell besitzt eine VORZUGSDICHTE. Bei höherer Globaldichte nehmen im wesentlichen Anzahl und Breite der Spuren zu und nicht unbedingt die lokalen Dichten.

Die Position dieser Spuren kann sich jedoch durch spontane Fluktuationen verschieben. Um die lokalen Dichten zu messen, muß man also über ein Zeitintervall mitteln, das groß genug ist, um statistisch verläßliche Daten zu liefern, aber nicht so groß, daß diese Fluktuationen mit erfaßt werden. Seine Länge sollte also deutlich unterhalb der Lebensdauer der Spurkonfigurationen liegen.

Daher habe ich folgendes Verfahren verwendet: ein kontinuierliches Mittel, bei dem vergangene Werte durch Multiplikation mit einem festen Faktor $r < 1$ abgeschwächt werden. Ist x_0 der aktuelle Wert der interessierenden Meßgröße (in diesem Fall der Dichte in einer bestimmten Spur) und stellen x_1, x_2 usw. die vergangenen Meßwerte dar, so definiere ich die Größe

$$\tilde{S} = \sum_{i \geq 0} x_i r^i \,. \tag{6.1a}$$

Den aktuellen Mittelwert erhalte ich, indem ich diesen Wert anhand der Summe der geometrischen Reihe normiere:

$$S = (1 - r)\, \tilde{S} \,. \tag{6.1b}$$

Je näher der Wert von r bei eins liegt, desto weiter reicht das Gedächtnis dieser Mittelung in die Vergangenheit. Wenn ich die gewünschte Lebensdauer τ der

Meßinformationen in Zeitschritten angebe, bestimmt sich r durch

$$r = \exp\left(-\frac{1}{\tau}\right) . \tag{6.2}$$

In meinen Simulationen habe ich die gewünschte Lebensdauer auf 100 Zeitschritte festgelegt.

Mit diesem Verfahren kann ich nun ein Dichteprofil aufnehmen. Ich lege die Vorzugsrichtung der Teilchen in die Horizontale und bestimme für jede Spur einen Mittelwert der Dichte. Nachdem ich dem System Zeit gegeben habe, in einen stationären Zustand zu relaxieren, werden die Werte ausgegeben.

Abb. 17 zeigt lokale Dichteprofile für die Werte $\rho = 0.05$, $\rho = 0.15$ und $\rho = 0.20$, aufgenommen nach 25000 Zeitschritten (das entspricht der fünffachen Systemgröße). Die Separation der einzelnen Spuren ist gut zu erkennen. Man sieht auch, daß sich die Werte der Dichten in den einzelnen Spuren nicht komplett angleichen, sondern leichte Unterschiede aufweisen, die metastabil sind.

Um einen Anhaltspunkt für den Wert der Vorzugsdichte zu geben, habe ich sowohl für eine Systembreite von 15 als auch von 25 Zellen jeweils für Dichten zwischen 0.10 und 0.20 den Durchschnitt jener lokalen Dichtewerte ermittelt, die größer als die Hälfte des Maximalwerts waren. Diese Messungen habe ich mehrmals wiederholt. Das Ergebnis zeigt folgende Tabelle:

Breite	$\bar{\rho}$	$\Delta\bar{\rho}$
15	0.407	0.004
25	0.408	0.003

Wie die kleinen Abweichungen nahelegen, scheint es in der Tat einen Dichtewert zu geben, den die Teilchen durch Kollektivverhalten einstellen und der bei gegebenen Parameterwerten für Bewegung und Feld unabhängig ist von der Teilchenanzahl im System und dessen Ausmaßen. Dabei wird die anfängliche Symmetrie des Systems gebrochen. Offensichtlich existiert dieser Mechanismus nur bei Globaldichten, die kleiner sind als die Vorzugsdichte. Andererseits ist zum Einstellen einer Spur einer gewissen Mindestbreite auch eine Mindestanzahl an Teilchen erforderlich, so daß es nicht sinnvoll ist, Dichten zu untersuchen, die kleiner sind als das oben angegebene ρ von 0.10.

6.3.2 Zwei Teilchensorten

Es stellt sich die Frage, inwieweit diese Spurbildung sich auch bei mehr als einer Teilchensorte feststellen läßt und wenn ja, in welchem Dichtebereich. Dies wurde ursprünglich vorgestellt in [20]. Ich habe dazu zwei Teilchenspezies mit gegenläufiger Vorzugsrichtung simuliert.

Die interessierende Meßgröße, um die Spuren zu identifizieren, ist dabei die Flußverteilung quer zur Bewegungsrichtung der Teilchen. Zu einem ausgewählten x-Wert wird dazu für jede Zeile y die x-Komponente der Geschwindigkeit

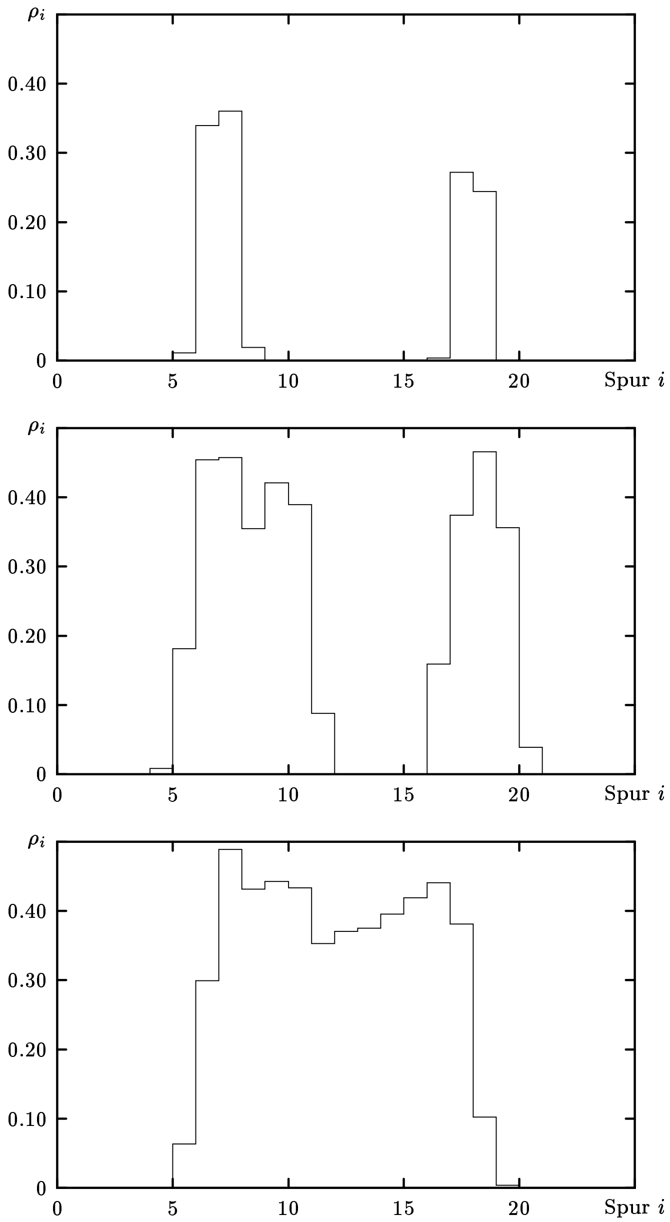


Abbildung 17: Dichteprofile für $\rho = 0.05$, 0.15 und 0.20

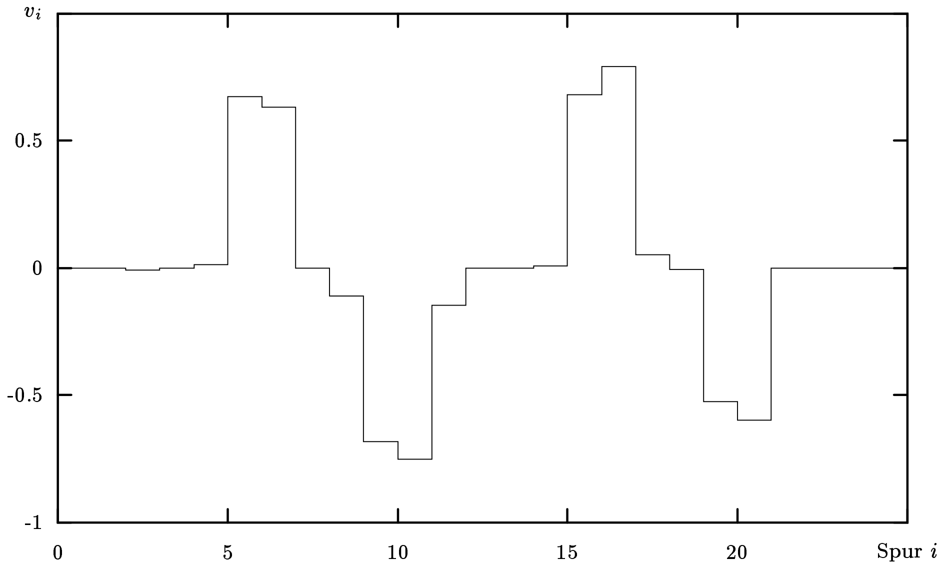


Abbildung 18: Flußprofil für zwei Teilchenspezies bei $\rho = 0.12$

jener Teilchen über die Zeit gemittelt, die von der Position (x, y) aus loshüpfen. Diese kann 0, -1 oder 1 betragen. Ich erhalte so für den Querschnitt an ebendieser x-Position einen Mittelwert pro Gitterzeile.

Ich mittele wieder nach dem in der vorhergehenden Sektion angegebenen Verfahren. Der Unterschied besteht lediglich in der Normierung: Da hier höchstens in jedem zweiten Zeitschritt ein von Null verschiedener Beitrag entstehen kann, ersetze ich in Gleichung (6.1b) den Faktor r durch r^2.

In einigen Zeilen werden sich positive Werte ergeben (Nettostrom nach rechts), in anderen negative (Strom nach links). Der maximale Absolutwert, der so auftreten kann, ist 1 (dies entspricht einer Teilchenkolonne mit jeweils genau einem freien Feld zwischen aufeinanderfolgenden Teilchen). Im am linken und rechten Rand periodisch geschlossenen System ist die Stelle x, an der ich den Flußquerschnitt messe, irrelevant.

Anfangs sind die Teilchen zufällig verteilt. Wie man jedoch in Abb. 18 sieht, bilden sich gegenläufige Teilchenströme aus. Spuren alternierender Stromrichtung wechseln sich ab, und zwar in einigermaßen regelmäßigen Abständen. Qualitativ stimmt dies überein mit [39], wo die Spurbildung als optimaler Selbstorganisationsprozeß interpretiert wurde.

Die Dichte für diese Simulation beträgt $\rho = 0.12$, die sich jeweils zur Hälfte auf die beiden Teilchensorten verteilt. Die benötigte Relaxationszeit liegt deutlich höher gegenüber den Simulationen mit nur einer Teilchensorte, in diesen Rechnungen bei der zwölffachen Systemgröße. Doch es kann vorkommen, daß sich selbst nach dieser Zeit noch keine Spuren ausgebildet haben.

Bei höheren Dichten kommt es jedoch zunehmend dazu, daß sich die gegenläufigen Teilchen so behindern, daß das System komplett zustaut. Dazu reicht ein anfangs kleiner gestörter Bereich. Dieser bildet sich vorwiegend am oberen oder unteren Rand, weil die Teilchen dort weniger Ausweichmöglichkeiten haben. Durch den Rückstau und die gehäuft auftretenden Teilchen im diffusiven Modus weitet sich der Bereich des unterbrochenen Flusses auf benachbarte, ursprünglich ungestörte Spuren aus. In der Regel können diese Zonen nicht wieder abgebaut werden, so daß die Bewegung der Teilchen im gesamten System zum Erliegen kommt.

Hier kann man allerdings nicht von kritischen Dichten sprechen. Beginnt man mit einer zufälligen Verteilung, so vollführt das System eine Evolution vom anfangs ungeordneten zu einem geordneteren Zustand. Ob dieser geordnete Zustand nun ein Komplettstau oder eine stabile Spurstruktur ist, hängt von den Anfangsbedingungen und den Zufallsentscheidungen der Teilchen ab. Für beide Möglichkeiten gibt es eine dichteabhängige Wahrscheinlichkeit.

Die Stauwahrscheinlichkeit nimmt mit steigender Dichte zu. Eine untere Schranke für das Auftreten eines Staus bei einer sehr niedrigen Dichte existiert ebenso wie eine obere Schranke für die Möglichkeit einer ungestörten Spurbildung. Bei den Simulationen stellt sich jedoch heraus, daß auch bei deutlich höheren Dichten als der durch die untere Schranke gegebenen die Spurbildung sehr gut funktioniert. Andererseits kommt es auch bei deutlich niedrigeren Dichten als der durch die obere Schranke gegebenen bereits mit großer Wahrscheinlichkeit zum Stau. Der Übergang dazwischen ist fließend, wobei die Relaxationszeiten mit steigender Dichte länger werden.

Der Limes unendlich langer Simulationszeiten spielt nur eine untergeordnete Rolle, da die Entscheidung des Systems für den gestauten oder den flüssigen Zustand in endlicher Zeit erfolgt (meine Simulationsdauern sind in der Regel so gewählt, daß ich dieses Verhalten damit noch erfasse). Anzuschließen wäre eventuell noch eine Stabilitätsanalyse der Spuren abhängig von der Dichte und der daraus resultierenden Breite der Spurzwischenräume.

Zur Illustration möchte ich das Verhalten der Zustauwahrscheinlichkeiten abhängig von der Dichte vorstellen. Daher habe ich für verschiedene Dichten jeweils 700 Simulationen mit zufälligen Anfangsbedingungen durchgeführt und dabei die Zeit gemessen, nach der das System soweit zugestaut ist, daß kein Fluß mehr existiert. Dazu habe ich maximal die 25-fache Systemgröße an Zeitschritten abgewartet.

Nun kann man den Prozentsatz der noch aktiven Systeme gegen die Simulationsdauer auftragen. Die resultierenden Diagramme für zwei Beispieldichten sind in Abb. 19 dargestellt. Die Konvergenz dieser Messungen ist sehr langsam. Die Simulationsdauer pro Dichte für 700 verschiedene Anfangsbedingungen beträgt etwa zwei Wochen. Aber selbst nach dieser hohen Anzahl an Simulationen sind die Kurven noch alles andere als glatt.

Die Diagramme scheinen in zwei lineare Teile zu zerfallen, die bei etwa 65000 Zeitschritten aneinanderstoßen. Es fällt auf, daß ein relativer Dichteunterschied von unter zehn Prozent die Überlebenswahrscheinlichkeit fast um den Faktor zwei beeinflußt. Hier wären weitere numerische Analysen hilfreich, die jedoch wegen der langsamen Konvergenz sehr viel Zeit in Anspruch nehmen würden.

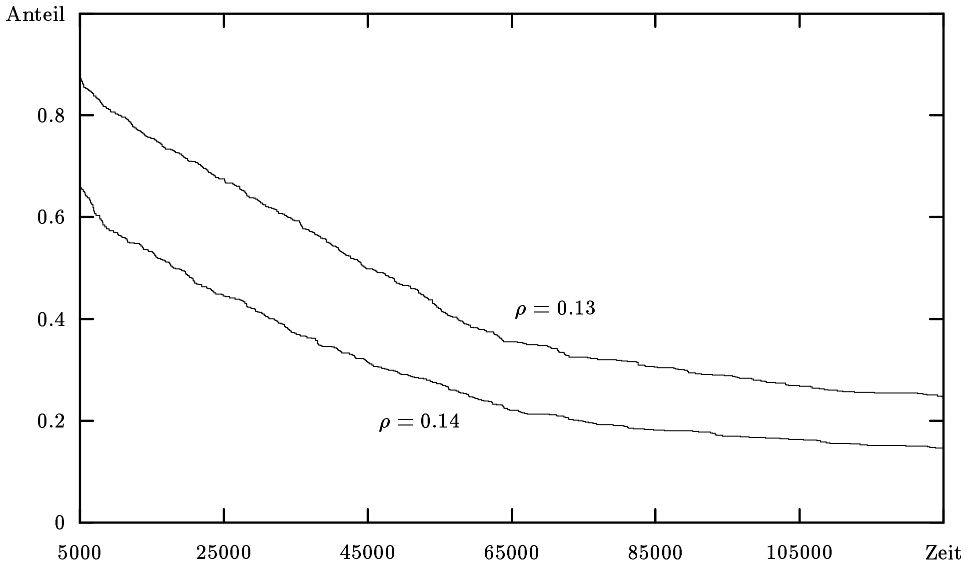


Abbildung 19: Anteil der noch aktiven Systeme abhängig von der Zeit

6.3.3 Offene Randbedingungen

Bei nach wie vor geschlossenen Wänden am oberen und unteren Rand untersuche ich nun offene linke und rechte Ränder. Die Teilchen werden am linken Rand mit einer gewissen Rate α eingesetzt und bei Erreichen des rechten Randes entfernt. Dieser Einsetzvorgang betrifft alle freien Zellen des linken Randes simultan, so daß α den Bruchteil der neu besetzten relativ zu der Zahl der freien Zellen in der ersten Spalte darstellt. Dies ist eine Verallgemeinerung des ASEP auf zwei Dimensionen.

Die Anfangsbedingung ist hier ein leeres Gitter. Die Dichte als Parameter des Modells entfällt. Sie ist nun eine Funktion der Rate α und der Zeit.

Die Erweiterung auf zwei Sorten besteht einfach darin, für die Teilchen der zweiten Spezies die Bedeutung der Ränder und die Vorzugsrichtung umzukehren. Ihr wird die gleiche Einsetzrate α wie der ersten Sorte zugeordnet.

Die mittlere Dichte des Systems mit zwei Teilchensorten ist in der Regel größer als 2α, da nicht alle Teilchen in jedem Zeitschritt immer eine Zelle nach vorne hüpfen. Desweiteren wird das Austreten der Teilchen am Zielrand durch dort neu eingesetzte Teilchen der anderen Sorte behindert.

An den Rändern ist die Spurbildung durch das Auftreten neuer Teilchen an beliebigen Positionen am meisten gestört, wogegen in der Mitte des Systems durchaus eine gewisse Ordnung entstehen kann. Dies wird durch zwei Flußquerschnitte verdeutlicht: Abb. 20 zeigt den Querschnitt in der Mitte des Systems. In Abb. 21 ist der Querschnitt bei einem Viertel der Systemlänge abgebildet. Beide Diagramme entstammen einer Simulation mit $\alpha = 0.04$, die Simulationsdauer beträgt die doppelte Systemgröße. Wie man sieht, ist die Spurstruktur im ersten Diagramm ausgeprägter als im zweiten.

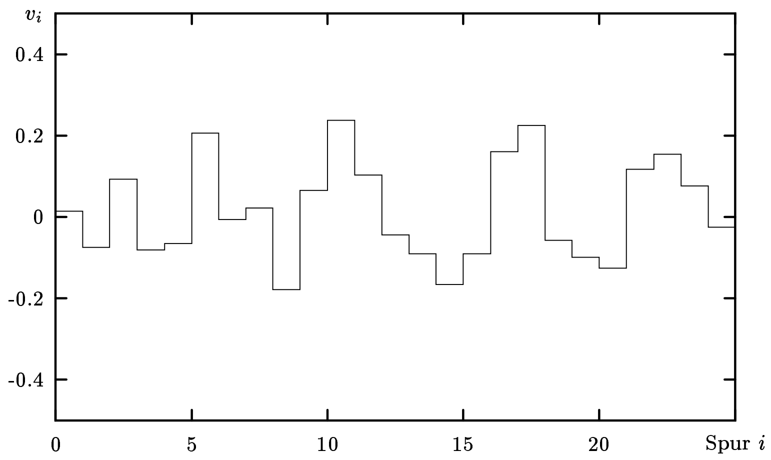


Abbildung 20: Flußquerschnitt für ein offenes System, $\alpha = 0.04$, $x = L/2$

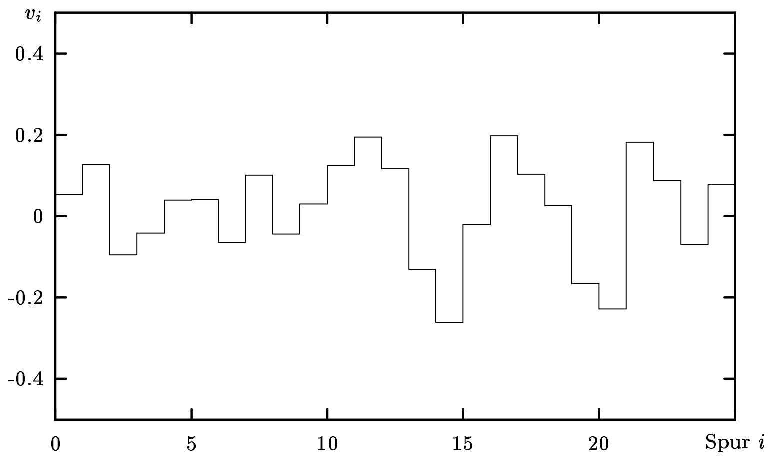


Abbildung 21: Flußquerschnitt für ein offenes System, $\alpha = 0.04$, $x = L/4$

Obwohl beim offenen System die Bedingungen für die Ausbildung von Spuren ungünstiger sind, kann genau dies beobachtet werden. Der Antrieb zum Ausbilden von Spuren ist durchaus robust gegenüber dem gezielten Einbringen von Unordnung an den Rändern.

Allerdings sind Systeme mit offenen Randbedingungen anfälliger für Staus als periodische. Beim periodischen System kann immer nur eine begrenzte Teilchenzahl den Stau von hinten weiter auffüllen. Im offenen Fall werden jedoch kontinuierlich Teilchen nachgefüllt, so daß der Stau beliebig groß werden kann. Im periodischen System gibt es also immer eine Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich der Stau wieder auflöst, auch wenn diese mit zunehmender Systemlänge stetig kleiner wird. Im offenen System ist der Stau jedoch ein absorbierender Zustand: Die Stauwahrscheinlichkeit für unendlich lange Simulationszeiten ist eins.

6.4 Hindernisse

Zum Erstellen eines realistischen Modells ist es sinnvoll, auch das Verhalten um Hindernisse herum zu untersuchen. Dies möchte ich in mehreren Variationen tun: Einerseits kann man einen kleinen Bereich sperren, beispielsweise durch eine Wand quer zur Vorzugsrichtung.

Andererseits kann man diese Wand über die ganze Breite des Systems ziehen und nur eine relativ schmale Öffnung zulassen, also eine Tür simulieren. Dies läßt sich verallgemeinern durch mehrere dieser Türen. Bei diesem Aufbau beobachtet man Oszillationen der Durchflußstärke und -richtung und wiederum Symmetriebrechung und Spurbildung bei zwei Türen.

Technisch werden Hindernisse durch die Einführung eines dritten Zustandes realisiert, mit dem blockierte Zellen markiert werden.

6.4.1 Wände

In einem System der üblichen Größe (200×25 Einheiten) blockiere ich die mittleren sieben Spuren durch eine senkrechte Wand. Wiederum lasse ich das System für verschiedene Dichten und zufällige Anfangsbedingungen evolvieren.

Die Teilchen, die sich zu Anfang in den unterbrochenen Spuren befanden, bewegen sich mit der Zeit in die Freiflußbereiche über und unter dem Hindernis. Die lokale Dichte in ihrem ursprünglichen Bereich sinkt auf Werte nahe 0, während die Dichte in den fließenden Bereichen entsprechend über den Durchschnittswert der Dichte ansteigt. Ist die globale Dichte so hoch gewählt, daß sich in den unbehinderten Bereichen Staus bilden, so erstarrt mit der Zeit die gesamte Bewegung.

Andernfalls können sich in den unbehinderten Bereichen wie gehabt Spuren bilden. Das System zerfällt dann in zwei im wesentlichen unabhängige Untersysteme. Nur wenige Teilchen geraten durch Fluktuationen in den überwiegend leeren Bereich, der durch die Wand gesperrt wird. Abb. 22 verdeutlicht das anhand einer Simulation mit Dichte $\rho = 0.10$.

6.4.2 Türen

Nun kehre ich die Art des Hindernisses um: Aus der Wand im ansonsten durchlässigen Bereich wird eine Tür in einer die gesamte Breite des Systems ausfüllenden Wand.

Das Verhalten des Systems läßt sich wieder über verschiedene Dichtebereiche hinweg beobachten. Die Dichte ist dabei in dem Sinne zu beurteilen, daß die effektive Breite des Systems durch die Tür vorgegeben ist.

Im Bereich niedriger Dichte funktioniert die Spurbildung im Durchgangsbereich wie gehabt. Dazu muß die Breite der Öffnung allerdings groß genug sein, um zwei gegenläufige Spuren zuzulassen. Dies ist jedoch ab einer Breite von etwa vier Zellen gegeben. Für hohe Dichten staut die Öffnung üblicherweise zu. Dieser Stau ist im Bereich der Tür lokalisiert, und das restliche System ist leer.

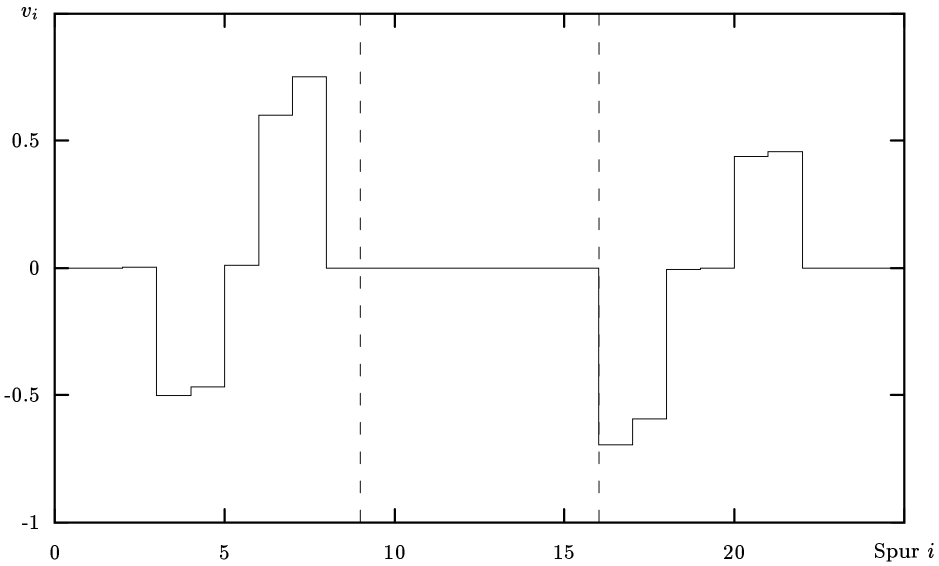


Abbildung 22: Flußprofil eines Systems mit Hindernis ($\rho = 0.10$)

Interessant ist also das Verhalten des Systems im dazwischenliegenden Dichtebereich. Hier stellt man Oszillationen auf zwei verschiedenen Zeitskalen fest. Auf der langsamen Skala (die Periodendauer kann mehrere 1000 Zeitschritte betragen) wechseln sich gestaute Konfigurationen und fließende ab. Der Zyklus ist in etwa der folgende: Ist die Tür durch einen Stau verstopft, so verteilen sich die Teilchen aufgrund der Querfluktuationen gleichmäßig über die gesamte Breite des Systems. Die Dicke des Staus an der Tür nimmt also ab. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit, daß einige Teilchen den Stau durchbrechen können, erhöht, bis sich schließlich der Stau auflöst und die Teilchen in beiden Richtungen durchfließen. In diesen Fluß passen sich zunehmend auch Teilchen ein, die zunächst an den Wänden ober- und unterhalb der Tür blockiert waren. Die Teilchen wandern also wieder in Richtung der Tür, erhöhen dort die lokale Dichte und dadurch wiederum die Stauwahrscheinlichkeit, so daß der Zyklus von neuem beginnen kann.

Eine schnellere Dynamik findet sich innerhalb der gestauten Konfiguration: Hin und wieder gelingt es einem oder mehreren Teilchen, den Stau zu durchbrechen. Dabei folgen gleichartige Teilchen einander nach, so daß man Teilchengruppen beobachten kann, die aus dem Stau auskoppeln. Oft betrifft dies gleichzeitig beide Teilchensorten, es kommt aber auch vor, daß sich diese Schwälle abwechseln, dies sind dann Oszillationen der Durchflußrichtung (vgl. [4, 20, 40, 41]).

In Abb. 23 habe ich eine solche Situation eingefangen: Eine Gruppe der hellen Teilchen hat den Stau verlassen und bewegt sich nach links, um am rechten Rand wieder einzutreten. Der Stau hat sich danach wieder geschlossen. Die Dichte beträgt hier 0.57 (bei der Systemgröße von 100×25 also 5.7 Teilchen pro Spur).

Nun kann man diesen Aufbau erweitern, indem man mehrere Türen öffnet. Dies

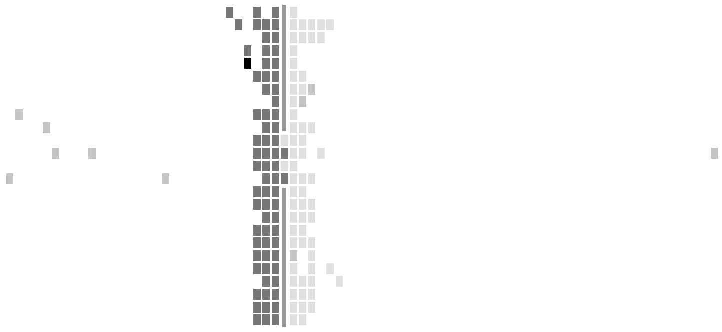


Abbildung 23: Oszillationen der Durchflußrichtung an einer Tür

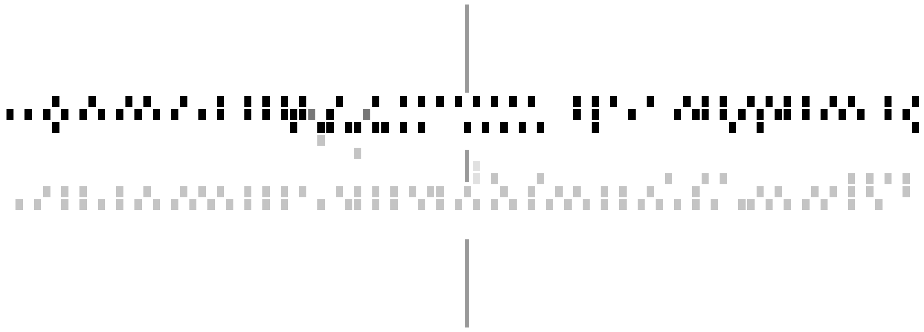


Abbildung 24: Trennung des Verkehrs durch zwei Türen

begünstigt die Separation der Teilchensorten. In Abb. 24 stelle ich eine Aufnahme eines Systems mit den Maßen 100×25 vor. Die dunklen Teilchen laufen dabei nach rechts, die hellen nach links. Man erkennt, daß jede Teilchensorte genau eine der beiden Türen benutzt.

Verbreitere ich die Türen so weit, daß zwei gegenläufige Spuren genügend Platz in einer Tür finden, so wird sich eine Situation einstellen, die der mit einer Wand ähnelt (vgl. Abb. 22).

Um die typische Zeitentwicklung einer Simulation zu veranschaulichen, habe ich in Abb. 25 den mittleren Drehimpuls pro Teilchen relativ zur Systemmitte als Funktion der Anzahl Simulationsschritte aufgetragen. Die Werte sind jeweils über 100 Zeitschritte gemittelt. Der Drehimpuls gibt Aufschluß über die Stärke der Symmetriebrechung und das Ausmaß der Ordnung, die sich im System ausgebildet hat.

Man sieht, daß die Entmischung der Teilchensorten nach anfänglicher Unordnung ziemlich linear verläuft, bis sich eine Sättigung einstellt. Der Wert läßt sich anhand von Abb. 24 verifizieren. Aber auch hier existieren langlebige metastabile Zustände, die zu einer sehr langsamen Konvergenz führen, ein Phänomen, dem ich in dieser Arbeit schon mehrfach begegnet bin.

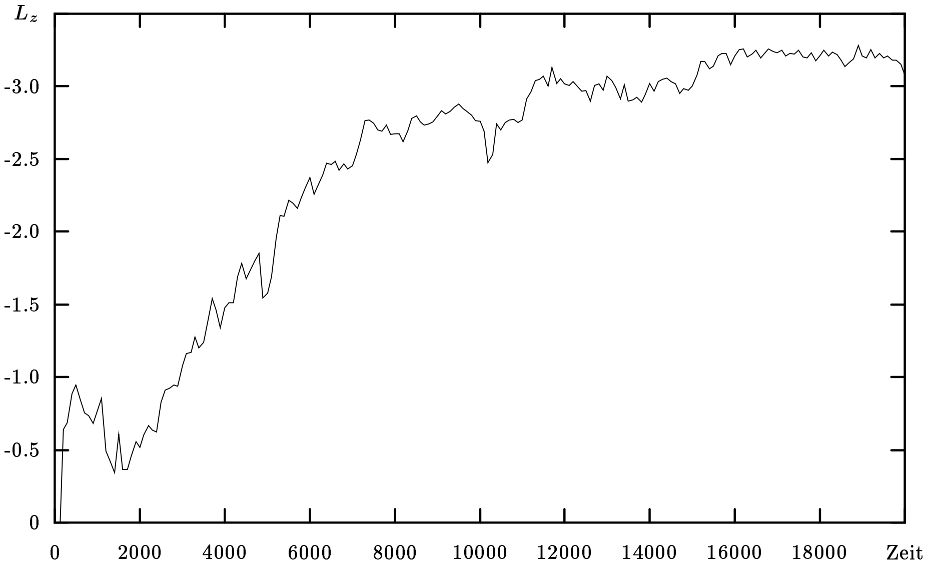


Abbildung 25: Zeitentwicklung des Drehimpulses bei zwei Teilchensorten und zwei Türen

6.5 Kreuzungen

Als Schlußpunkt meiner Simulationen untersuche ich nun vier Teilchensorten, deren Vorzugsrichtungen den vier Himmelsrichtungen entsprechen. Die Randbedingungen werden dabei wie folgt gewählt:

Das Feld ist mit einer undurchlässigen Wand eingerahmt. Auf jeder Seite wird in der Mitte jedoch eine Tür geöffnet, wobei zwei gegenüberliegende Türen durch periodische Randbedingungen miteinander identifiziert werden.

Die Teilchen, die anfangs zufällig ins System eingebracht werden, ordnen sich im Laufe der Zeit zunehmend in dem kreuzförmigen Bereich an, der durch die Türen vorgegeben ist. Dabei separieren sich jeweils die paarweise entgegengesetzt laufenden Teilchensorten wie in den letzten Abschnitten beschrieben.

Abb. 26 zeigt schematisch die am häufigsten auftretende Konfiguration: In einer Richtung bewegen sich die Teilchen relativ zur Systemmitte im Uhrzeigersinn, in der anderen dagegen. Im schattierten Mittelbereich herrschen unregelmäßige und sich schnell ändernde Bewegungsmuster vor, die von den vier aufeinandertreffenden Teilchenströmen herrühren. Bei höherer Dichte entstehen gestaute Zustände im wesentlichen dadurch, daß sich der gestörte Bereich ausdehnt und das ganze System umfaßt.

Dieses Resultat läßt sich vergleichen mit dem Verhalten entsprechender kontinuierlicher Modelle [4]. Dort wurden allerdings Anzeichen für einen temporär auftretenden, kurzlebigen Kreisverkehr festgestellt, also zwei gleichsinnig rotierende Paare von Teilchensorten. Als Konsequenz wurde zur Verbesserung des Flusses vorgeschlagen, den Kern der Kreuzung beispielsweise durch eine Säule zu blockieren. Diese Maßnahme halte ich auch für recht aussichtsreich, um in

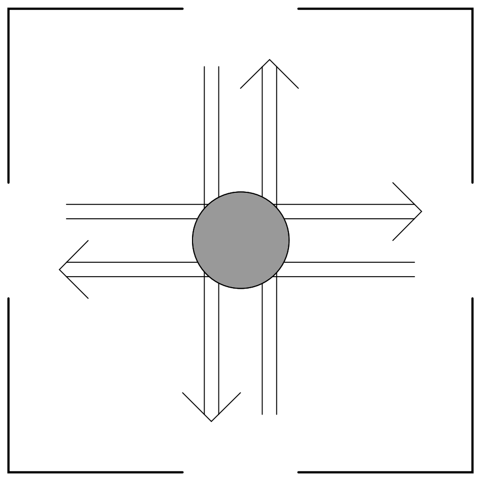


Abbildung 26: Flußstruktur bei vier verschiedenen Teilchensorten

meinem Modell die dort auftretenden Störungen einzudämmen.

7 Schlußbetrachtung

7.1 Zusammenfassung

Ich habe in dieser Arbeit einen zweidimensionalen stochastischen Zellularautomaten vorgestellt. Dabei habe ich vor allem die Entwicklung und Beschreibung des Modells im Hinblick auf die damit zu erzeugenden Phänomene betont.

Die Idee, die diesen Automaten von den bisher entwickelten Verkehrsmodellen unterscheidet, ist das kontinuierliche Bodenfeld. Es führt zu einer langreichweitigen Anziehung gleichartiger Teilchen.

Dadurch erst wird das Zustandekommen komplexer kollektiver Effekte wie der hier beobachteten Spurbildung ermöglicht. Dabei wird keinerlei Eigenintelligenz oder vorausschauendes Verhalten der simulierten Individuen benötigt. Die Muster bilden sich allein aufgrund von Selbstorganisation.

Dieser Mechanismus ist vergleichbar mit der aus der Biologie bekannten Chemotaxis. Im Unterschied dazu ist das Feld hier jedoch rein virtuell. Es hat mit Diffusion und Zerfall seine eigene Dynamik.

Wechselwirkungen zwischen den Teilchen und Einflüsse durch geometrische Randbedingungen können auf vereinheitlichte Weise behandelt werden. Dies ist ein weiterer Grund für die außerordentliche Effizienz dieses Simulationsprinzips im Gegensatz beispielsweise zu den Sozialkräftemodellen, bei denen der Rechenaufwand quadratisch mit der Teilchenzahl ansteigt.

Ein Vorteil, der vor allem bei komplizierteren Geometrien zum Tragen kommt, ist die einfache Anpassungsmöglichkeit dieses Modells. Im Gegensatz zu Sozialkräftemodellen muß man hier keine besonderen Vorkehrungen treffen, um etwa Geisterwirkungen von Kräften durch Wände hindurch auszuschließen.

7.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit präsentierten Resultate sind ein Beleg dafür, daß sich auch mit diskreten Modellen wie Zellularautomaten kollektives Verhalten reproduzieren läßt.

Das hier entwickelte Modell kann als Grundlage verwendet werden für die Simulation beliebiger Geometrien. Der Gebäudestruktur angepaßte Vorzugslaufwege der Fußgänger können ebenso implementiert werden wie eine große Vielfalt an Individuen mit unterschiedlichen physischen Eigenschaften und Verhaltensweisen.

Mit Spannung und Zuversicht erwarte ich beispielsweise die Verwendung meines Modells zur Simulation von Evakuierungsprozessen unter komplizierten Geometriebedingungen.

Ich bin optimistisch dahingehend, daß sich die hier vorgestellte Modellklasse für einen großen Bereich von Problemen der Fußgängerdynamik erfolgreich anpassen, fortentwickeln und auch quantitativ einsetzen läßt.

Beschreibung	Symbol	Wert
Schritte nach „unglücklich“	s_1	3
Schritte nach „glücklich“	s_2	4
Schritte zur Bodenfeld-Modifikation	s_3	3
Bodenfeld Diffusion	$8D$	0.150
Bodenfeld Zerfall	δ	0.005
Erster aktiver Bodenparameter	b_1	0.15
Zweiter aktiver Bodenparameter	b_2	0.15
Dritter aktiver Bodenparameter	b_3	0.30
Erster passiver Bodenparameter	g_1	0.23
Zweiter passiver Bodenparameter	g_2	0.10
Gitterabstand in Metern	d	0.4
Zeitschritt in Sekunden	T	0.3

Tabelle 2: Typische Werte der Modellparameter, Kalibrierung

A Werte der Parameter

In Tab. 2 gebe ich eine Aufstellung typischer Werte aller Parameter des endgültigen Modells und Details zur Kalibrierung von Raum und Zeit.

A.1 Parameter der Bewegung

Die ersten beiden Zeilen zeigen die Anzahl von aufeinanderfolgenden verweigerten Zügen, nach denen ein glückliches Teilchen unglücklich wird bzw. die Anzahl von aufeinanderfolgenden erlaubten Zügen, nach denen ein unglückliches Teilchen wieder glücklich wird (s. Abschnitt 5.2). Die dritte Zeile enthält den Schwellenwert für den dritten Zähler, der zur Modifikation des Bodenfeldes benötigt wird (Abschnitt 5.3.2).

Die nächsten beiden Zeilen beziehen sich auf die Eigenentwicklung des Bodenfeldes nach (5.1).

Die drei aktiven Bodenparameter bestimmen den Einfluß des Bodenfeldes auf die Teilchen (5.3), während die zwei passiven Parameter die Wirkung der Teilchen auf das Feld beschreiben (5.4).

Im Konfigurationsbereich des Programms (links in Abb. 16) finden sich die Einstellungen für die Parameter s_2 und s_1 unter den Namen „Determ-Time“ und „Diffuse-Time“. Die vier Zeilen darunter enthalten die Einstellungen für $8D$, δ, b_1 und b_2. Der Wert für D ist hier um den Faktor acht skaliert, damit er im Bereich von 0 bis 1 eingegeben werden kann (das Maximum von D beträgt 1/8, vgl. (5.2)).

A.2 Kalibrierung von Raum und Zeit

Zur Anpassung an reale Verhältnisse müssen der Gitterabstand und die Länge des Zeitschrittes festgelegt werden. Meine Wahl findet sich in den letzten beiden Zeilen von Tab. 2.

Die Seitenlänge d einer Zelle entspricht etwa 40cm. Dies ist ungefähr der Platz, den eine Person in einer dichten Menschenmenge einnimmt. Bei einer durchschnittlichen Laufgeschwindigkeit von etwa 1.4m/s entspricht dies einer Zeitdauer von $T = 0.29$s. (Zu den Daten vgl. [21, 23, 24]).

Durch die Verwendung der parallelen Updatevorschrift wird eine Reaktionszeit der Individuen eingeführt, die genau einem Zeitschritt entspricht. Dieses T ist also gleichzeitig als solche zu identifizieren, was konsistent ist mit menschlichem Verhalten.

B Das Programm im Detail

Im Laufe dieser Arbeit ist nicht nur ein Programm entstanden, sondern eine ganze Kollektion von Programmen und Programmodulen, mit der sich im Prinzip beliebige zweidimensionale Zellularautomaten darstellen und simulieren lassen. Das Fußgängermodell ist somit lediglich eine Anwendung der geschaffenen Infrastruktur. Die Programme wurden komplett in der Programmiersprache `C` geschrieben. Zur Visualisierung wurde die Bibliothek `GTK+` („Gimp Toolkit") benutzt.

Hier soll ein Überblick über die Programmstruktur gegeben werden. Ich werde nur einen Bruchteil davon abdrucken, denn die insgesamt 7000 Zeilen (verteilt auf 32 Dateien, ausgedruckt insgesamt gut über 100 Seiten) würden den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Derart umfangreiche Projekte sind nur mit modularer Programmierweise zu beherrschen. Daher möchte ich im folgenden Abschnitt diese Modularisierung genauer beleuchten.

B.1 Modularisierung

Zur Entwicklung des Modells war es sehr wichtig, den Verlauf einer Simulation in Echtzeit beobachten zu können. Dadurch erschließen sich Muster und Abläufe, die in den Datenmengen einer üblichen aus langen Zahlenreihen bestehenden Textausgabe auch mit großer Intuition nicht festzustellen sind. Gerade bei einem Modell wie diesem, daß in letzter Konsequenz ein Abbild der Realität sein soll, ist die Visualisierung ein äußerst wichtiges Hilfsmittel.

Auf diese Weise wird die Identifizierung interessanter Größen erleichtert. Weiterhin werden gewisse Programmierfehler oder Unregelmäßigkeiten im Modell bei der Visualisierung im Gegensatz zur Monotonie einer Textausgabe direkt offensichtlich.

Glücklicherweise ist die entsprechende Programmierung mit dem genannten Toolkit recht schlüssig zu bewerkstelligen und auch nicht übermäßig umfangreich, wie das bei der Programmierung graphischer Darstellungen ansonsten häufig der Fall ist.

Für Messungen ist es selbstverständlich unsinnig, die Visualisierung beizubehalten, da diese den Großteil der Rechenzeit in Anspruch nimmt. Somit ergibt sich also die Aufgabe, die simulierten zellulären Automaten jeweils in zwei Versionen zu erstellen: Eine für die graphische Darstellung und eine zur Durchführung von Messungen.

Gleichzeitig soll jedoch vermieden werden, Programmcode zu duplizieren, denn dies ist aufwendig zu verwalten und sehr fehlerträchtig. Die Lösung liegt in der Trennung der Programmbereiche, die für den jeweiligen Automaten zuständig und somit unabhängig von der Darstellung sind, und der beiden Darstellungsmodule. Die Schnittstelle zwischen diesen beiden Seiten muß dazu entsprechend definiert werden. Zusammengehalten wird dies von einer allgemeinen Infrastruktur.

Modulbeschreibung	Programmzeilen
Basisfunktionalität	1000
Hauptprogramm zur Stapelverarbeitung	200
Hauptprogramm zur Visualisierung	200
Hilfsmodule zur Visualisierung	1500
Fußgängermodell	3000
Drei weitere Beispielautomaten	900
Summe	6800

Tabelle 3: Verteilung des Programmieraufwandes

Dabei muß die Prämisse lauten, möglichst viel an Organisationsaufwand in diese Infrastruktur zu verlagern und nach außen hin als Funktionen zur Verfügung zu stellen. Dadurch ist es möglich, einen weiteren Automaten dazuzuprogrammieren, ohne sich in die Interna des gesamten Programms einarbeiten zu müssen.

Ich möchte dies am Beispiel der Parameterübergabe erläutern: Die Arbeit des zellulären Automaten hängt von verschiedenen Parametern ab (je nach Komplexität des Modells sind dies mehr oder weniger). Diese müssen über die Schnittstelle vom Rahmenprogramm an die automatenspezifischen Kernbereiche weitergegeben werden. Dazu habe ich Mechanismen bereitgestellt, die dem Programmierer des Automaten den größten Teil der Arbeit abnehmen, so daß dieser nur noch Datentyp, Minimum, Maximum, Standardwert und einige andere Spezifikationen festlegen muß.

Um die graphische Darstellung zu ermöglichen, muß der Automat gewisse von mir bereitgestellte Funktionen aufrufen, um die gewünschten Darstellungseigenschaften festzulegen. Somit ist zum Programmieren eines weiteren Automaten keinerlei Wissen über die verwendete Graphikbibliothek erforderlich.

Dies sind dann auch die beiden Hauptaufgaben der Schnittstellenfunktionen. Tab. 3 stellt die Verteilung des Programmierumfanges auf die einzelnen Module dar.

Die Struktur des Programms ist in Abb. 27 dargestellt. Das Diagramm ist in drei nebeneinanderliegende Bereiche aufgeteilt. Die Pfeile symbolisieren Funktionsaufrufe; die grau unterlegten Kreise stellen die Schnittstellen dar, die vorgesehen sind, um beliebige Automaten in die Struktur einpassen zu können.

Der mittlere Bereich beinhaltet die Kernfunktionalität. Ganz unten befindet sich der Teil, der den automatenspezifischen Code enthält. Jeder Automat muß standardisierte Methoden implementieren, über die er vom Rest des Systems angesprochen werden kann. Umgekehrt kann er bestimmte vorgegebene Hilfsroutinen benutzen, die im Diagramm darüber positioniert sind. Diese wiederum benutzen einen Satz von Funktionen, die interne Organisationsarbeiten erledigen. Dieser Satz ist ganz oben dargestellt.

Um diesen Automaten ohne Visualisierung laufen zu lassen, wird noch ein Hauptprogramm benötigt. Dieses ist im linken Bereich dargestellt. Es eignet

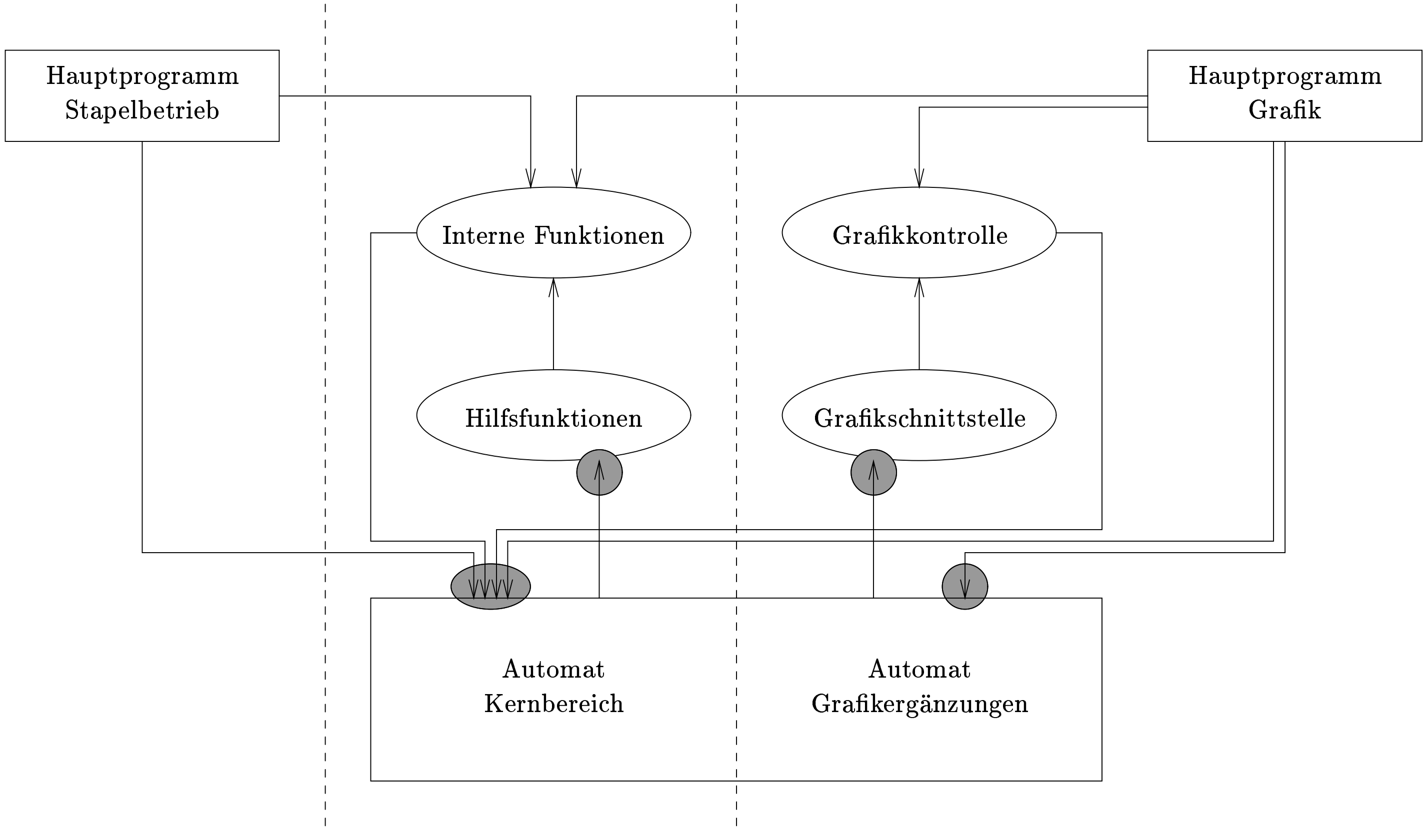


Abbildung 27: Strukturübersicht des Programms

sich dafür, den Automaten zu initialisieren, eine bestimmte Anzahl von Schritten durchzuführen und die Ausgabe von Statistiken zu veranlassen.

Der gesamte Graphikbereich ist im rechten Teil des Diagramms angeordnet. Der Automat muß für die graphische Darstellung erweitert werden. Der Mechanismus ist aber wieder der gleiche: Bestimmte Funktionen müssen implementiert werden, und dabei kann auf Routinen der Graphikschnittstelle zurückgegriffen werden, die dem Ersteller des Automaten den größten Teil der Arbeit abnehmen. Die Hauptelemente sind in der Graphikkontrolleinheit zusammengefaßt.

Hierfür ist ein zweites Hauptprogramm geschrieben worden, das den nun gestiegenen Organisationsaufwand bewältigt (und dabei genauso auf die Kernbereiche zugreift wie das erste). Es stellt Kommandoelemente und eine Oberfläche zur Verfügung, mit denen der Automat visualisiert und bei der Ausführung seiner Aktivität beobachtet werden kann.

B.2 Schnittstelle

Die Programmdatei, die die Schnittstelle zur Einbindung eines (in gewissen Grenzen) beliebigen zweidimensionalen zellulären Automaten in den bestehenden Rahmen zur Verfügung stellt, möchte ich nun komplett abdrucken. Sie enthält die notwendigen Typendefinitionen, Prototypen der vordefinierten Funktionen, die der Automat aufrufen sollte und schließlich Prototypen der Funktionen, die von jedem spezifischen Automaten implementiert werden müssen und vom Rahmenprogramm an geeigneter Stelle aufgerufen werden.

Diese enthält (bis auf eine Deklaration) nur den graphikunabhängigen Anteil. Für die graphische Darstellung wird eine Datei entsprechender Funktion bereitgestellt.

```
/*
 * automat.h
 *
 * Diese Datei deklariert die Haupt-Datenstruktur
 * f"ur den zellul"aren Automaten
 */


#ifndef __AUTOMAT_H__
#define __AUTOMAT_H__


#include <stdio.h>


/** Pr"aprozessor-Makrodefinitionen **/

#define AT_CALLBACK_MAX 5
```

```
#define AT_WIDTH(at) ((at)->wpar.data.d_int.value)
#define AT_NEW_WIDTH(at) ((at)->wpar.data.d_int.new_value)
#define AT_HEIGHT(at) ((at)->hpar.data.d_int.value)
#define AT_NEW_HEIGHT(at) ((at)->hpar.data.d_int.new_value)


/** Typendefinition **/

typedef int int_state_t;
typedef float float_state_t;

/* Der Datentyp einer Automaten-Zelle */

typedef union
{
  int_state_t idirect;
  int_state_t *ipointer;
  float_state_t fdirect;
}
state_union_t;

typedef enum
{
  CB_S_IDIRECT,
  CB_S_IPOINTER,
  CB_S_FDIRECT
}
state_type_t;

/* Typen f"ur die vereinheitlichte Parameter"ubergabe */

typedef enum
{
  CB_P_INT,
  CB_P_FLOAT,
  CB_P_BOOL
}
param_type_t;

typedef struct
{
  int value, new_value;
  int min, max;
  int step;
  int wrap;
}
int_data_t;

typedef struct
```

```
{
  float value, new_value;
  float min, max;
  float step;
  int digits;
  int wrap;
}
float_data_t;

typedef struct
{
  int value, new_value;
}
bool_data_t;

typedef union
{
  int_data_t d_int;
  float_data_t d_float;
  bool_data_t d_bool;
}
param_data_t;

typedef struct
{
  param_type_t type;
  void *widget;
  char *name;
  int dirty, withgrafx, impvalue;
  int optc;
  param_data_t data;
}
param_t;

/** Farbdaten f"ur die Visualisierung **/

typedef struct
{
  int r, g, b;
}
rgb_t;

/** Typen zur Registrierung von R"uckruffunktionen **/

typedef enum
{
  CB_C_LINEAR = 1,
  CB_C_LOGARM = 2
}
```

```
callback_type_t;

typedef void (*callback_func_t) (void *);

typedef struct
{
  callback_type_t type;
  callback_func_t func;
  int interval, next;
}
callback_info_t;

/** Der Hauptdatentyp f"ur den generischen
    zellul"aren Automaten **/

typedef struct
{
  /* Allgemeine Daten */
  char *title, *author;
  param_t wpar, hpar;
  int wh_dirty;
  float aspect;
  int param_count, grafx_count;
  param_t *params;
  int cb_count, cb_next;
  callback_info_t callbacks[AT_CALLBACK_MAX];
  FILE *outlog, *outstat;
  int iterations;
  int simuwatch, simustop;
  int stats_do, stats_dirty;

  /* Modellspezifische Daten -- wird vom speziellen
     Automaten gepflegt */
  void *specific;
}
automat_t;


/** Funktionen, die zur Arbeitserleichterung
    aufgerufen werden k"onnen (und sollten) **/

void help_setup (automat_t *,
                 char * /* title */, char * /* author */,
                 int /* wmin */, int /* wmax */, int /* width */,
                 int /* hmin */, int /* hmax */,
                 int /* height */, int /* pcount */);

int add_int_param (automat_t *, int * /* no */,
                   char * /* name */, int /* optc */,
```

```
                   int /* withgrafx */, int /* min */,
                   int /* max */, int /* val */,
                   int /* step */, int /* wrap */);

int update_int_param (param_t *);

int add_float_param (automat_t *, int * /* no */,
                     char * /* name */,
                     int /* optc */, int /* withgrafx */,
                     float /* min */, float /* max */,
                     float /* val */, float /* step */,
                     int /* digits */, int /* wrap */);

float update_float_param (param_t *p);

void help_free (automat_t *);

void add_callback (automat_t *, callback_type_t,
                   callback_func_t, int);


/** Diese Funktionen m"ussen vom Modell implementiert werden **/

/* wird beim Start aufgerufen */
void at_init (automat_t *);

/* wird bei "Anderungen der Fenstergr"o"se oder
   einiger Parameter aufgerufen */
int at_reconf (automat_t *, int);

/* wird zum Ausf"uhren eines Zeitschrittes aufgerufen */
void at_step_forward (automat_t *);

/* wird beim Programmende zum Aufr"aumen aufgerufen */
void at_destroy (automat_t *);

/* Statistikausgabe */
void at_reset_stats (automat_t *);
void at_print_stats (automat_t *);


#endif /* !__AUTOMAT_H__ */
```

B.3 Auswertungsverfahren

Das Rahmenprogramm verlangt, daß für jeden gegebenen Automaten eine Funktion implementiert wird, die statistische Informationen ausgibt. Weiterhin ist es möglich, Funktionen zu registrieren, die automatisch nach konstanten oder exponentiell wachsenden Zeitabständen aufgerufen werden. Auf welche Art und Weise diese Funktionen dann ihre Aufgaben wahrnehmen, wird nicht vorgegeben.

Für die Simulation meines zellulären Automaten habe ich ein menschenlesbares Ausgabeformat bevorzugt. Die relevanten Daten ließen sich daraus dann mit dem Programm `awk` extrahieren, mit `perl`-Skripten weiterverarbeiten und mit `gnuplot` graphisch darstellen.

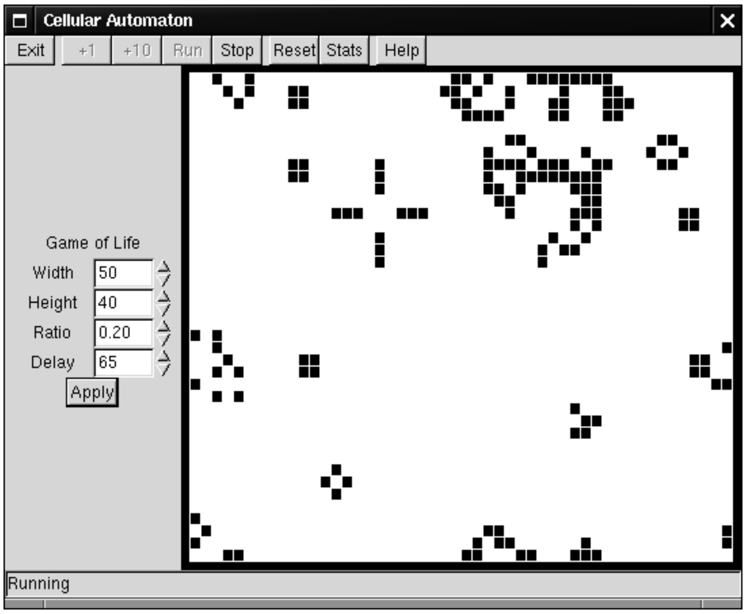


Abbildung 28: Conways Game of Life

C Andere Automaten

In diesem Abschnitt gebe ich Simulationsbeispiele zweier zellulärer Automaten: Des eingangs beschriebenen Game of Life und eines Waldbrandmodells. Damit möchte ich illustrieren, daß sich (in gewissen Grenzen) beliebige zelluläre Automaten in meine Simulationsoberfläche einbinden lassen.

C.1 Game of Life

Die Regeln dieses zellulären Automaten habe ich bereits in Abschnitt 2.1.2 angegeben. Abb. 28 zeigt eine Konfiguration, die sich nach einer Zahl von Zeitschritten aus einer zufälligen Anfangsbedingung entwickelt hat. Dabei sind die lebenden Zellen schwarz, die unbelebten weiß.

Da es sich hier um einen deterministischen zellulären Automaten handelt, läßt sich die Evolution von bestimmten Anfangskonfigurationen verfolgen. Zu Illustrationszwecken ist es jedoch sinnvoller, lediglich die Anfangsdichte anzugeben, worauf die Wesen zufällig ins Gitter eingesetzt werden. Abgesehen davon, daß diese nicht so extrem niedrig oder hoch gewählt werden sollte, daß alle Wesen aussterben, hat sie keinen wesentlichen Einfluß auf die Dichte und die Strukturen, die sich im Laufe der Zeit einstellen.

Es bilden sich geordnete Strukturen aus, die durch Freiräume getrennt sind. Sie sind in der Regel stationär wie die im Bild sichtbaren vier- und sechselementigen Muster mit quadratischer oder rechteckiger Symmetrie. Es gibt aber auch Strukturen, die sich in regelmäßiger Weise über das Gitter fortbewegen,

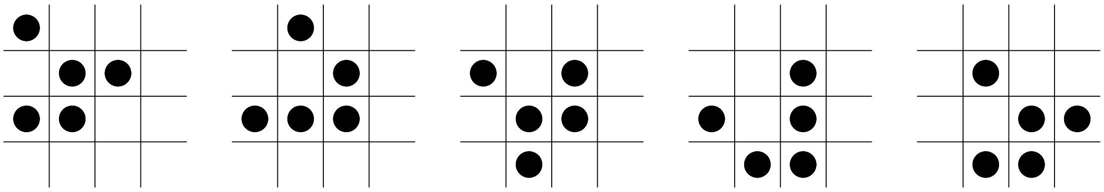


Abbildung 29: Die Fortbewegung des Gleiters

so lange, bis sie auf andere Wesen treffen und die Evolution neuer ungeordneter Bereiche anstoßen oder zur gemeinsamen Vernichtung führen.

Die typische Konfiguration dieser Art findet sich in der Abbildung in der unteren rechten Ecke. Abb. 29 verdeutlicht das Bewegungsmuster dieses sog. Gleiters: Er benötigt vier Zeitschritte, um sich diagonal um eine Zelle fortzubewegen, wandert also mit konstanter Geschwindigkeit über das Gitter.

Es existieren jedoch auch wesentlich kompliziertere Strukturen mit zeitlich periodischem Ablauf, beispielsweise ein Gebilde, das in regelmäßigen Zeitabständen Gleiter produziert und auf die Reise schickt.

Dieses Modell ist ein Paradebeispiel für die verblüffenden Selbstorganisationseffekte, die sich mit zellulären Automaten beobachten lassen.

C.2 Forest Fire

Das Forest Fire Model (Waldbrandmodell) [42, 43] ist ein Beispiel für einen probabilistischen zweidimensionalen Zellularautomaten. Jede Zelle kann einen von drei Zuständen annehmen: *Leer*, *Baum* oder *Feuer*.

Die Übergangsregeln lauten wie folgt:

- Auf einem leeren Feld wächst mit Wahrscheinlichkeit p_g ein Baum.
- Ein Baum geht über zu Feuer, wenn in einer der vier Nachbarzellen Feuer herrscht oder wenn er mit Wahrscheinlichkeit p_b spontan Feuer fängt.
- Ein Feuer wird abgelöst durch eine leere Zelle.

Es handelt sich also im Gegensatz zum Game of Life um ein Modell mit vier Nachbarn. Die Randbedingungen sind auch hier periodisch. Prinzipiell ist dieses Modell für beliebige Raumdimensionen definiert.

Physikalisch ist es von großer Bedeutung: Gemeinsam mit Sandhaufenmodellen spielte es eine Vorreiterrolle bei der Untersuchung von selbstorganisierter Kritikalität.

Abb. 30 zeigt eine Konfiguration aus einer entsprechenden Simulation. Leere Zellen sind weiß dargestellt, Bäume grau und Feuer schwarz. Der Konfigurationsbereich enthält die Einstellungen für p_g („Grow“) und p_b („Burn“).

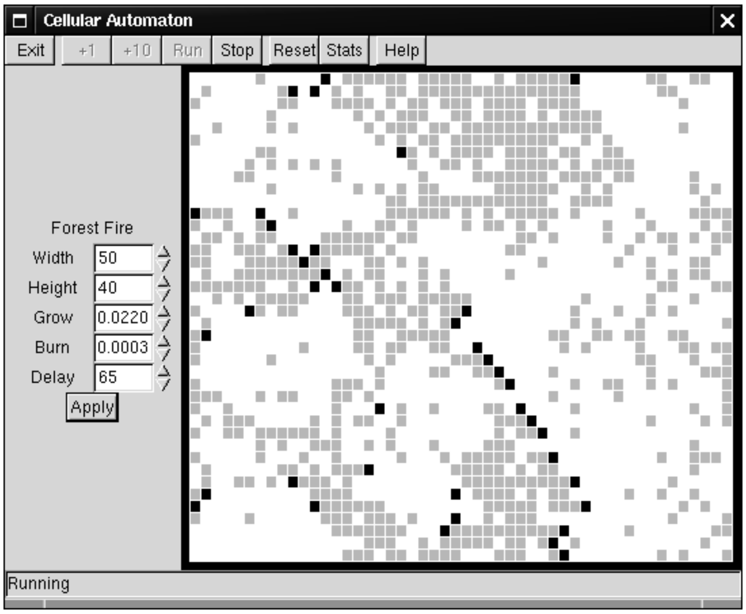


Abbildung 30: Ein Waldbrandmodell

Dieses Modell zeigt kritisches Verhalten für den simultanen Limes $p_g \to 0$ und $p_b/p_g \to 0$. Die abgebildete Simulation erfüllt diese Kriterien in hinreichender Weise (wenn man von der viel zu geringen Größe des Gitters einmal absieht). Es bilden sich zusammenhängende Waldbereiche, die dann sehr schnell von Feuer vernichtet werden, das sich entlang von Feuerfronten ausbreitet. Diese sind im Bild gut zu erkennen. Dahinter wächst der Wald langsam wieder nach. Die Ausbreitung des Feuers stellt eine Fluktuation dar, die sich über das gesamte System ausbreitet. Die Korrelationslängen in Raum und Zeit sind so von der gleichen Größenordnung wie das System.

Literatur

[1] WOLF, D. E., M. SCHRECKENBERG und A. BACHEM (Herausgeber): *Traffic and Granular Flow.* World Scientific, 1996.

[2] SCHRECKENBERG, M. und D. E. WOLF (Herausgeber): *Traffic and Granular Flow '97.* Springer, 1998.

[3] HELBING, D., H. J. HERRMANN, M. SCHRECKENBERG und D. E. WOLF (Herausgeber): *Traffic and Granular Flow '99: Social, Traffic, and Granular Dynamics.* Springer, 2000.

[4] HELBING, D.: *Verkehrsdynamik: Neue Physikalische Modellierungskonzepte.* Springer, 1997.

[5] CHOWDHURY, D., L. SANTEN und A. SCHADSCHNEIDER: *Statistical Physics of Vehicular Traffic and Some Related Systems.* Phys. Rep. **329**, Seite 199, 2000.

[6] SCHADSCHNEIDER, A.: *Statistical physics of traffic flow.* Physica **A285**, Seite 101, 2000.

[7] NAGEL, K., J. ESSER und M. RICKERT: *Large-Scale Traffic Simulations for Transportation Planning.* In: STAUFFER, D. (Herausgeber): *Annu. Rev. Comp. Phys.*, Band 7, Seite 151. World Scientific, 2000.

[8] HELBING, D.: *Traffic and Related Self-Driven Many-Particle Systems.* cond-mat/0012229.

[9] NAGEL, K. und M. SCHRECKENBERG: *A cellular automaton model for freeway traffic.* J. Physique I **2**, Seite 2221, 1992.

[10] SCHRECKENBERG, M., A. SCHADSCHNEIDER, K. NAGEL und N. ITO: *Discrete stochastic models for traffic flow.* Phys. Rev. **E51**, Seite 2939, 1995.

[11] BIHAM, O., A. A. MIDDLETON und D. LEVINE: *Self-organization and a dynamical transition in traffic-flow models.* Phys. Rev. **A46**, Seite R 6124, 1992.

[12] NAGEL, K.: *High-Speed Microsimulations of Traffic Flow.* Doktorarbeit, Universität zu Köln, 1995.

[13] DERRIDA, B. und M. R. EVANS: *The asymmetric exclusion model: exact results through a matrix approach.* In: PRIVMAN, V. (Herausgeber): *Nonequilibrium Statistical Mechanics in One Dimension.* Cambridge University Press, 1997.

[14] RAJEWSKY, N., L. SANTEN, A. SCHADSCHNEIDER und M. SCHRECKENBERG: *The asymmetric exclusion process: comparison of update procedures.* J. Stat. Phys. **92**, 151, 1998.

[15] FUKUI, M. und Y. ISHIBASHI: *Self-organized phase transitions in cellular automaton models for pedestrians.* J. Phys. Soc. Jpn. **68**, Seite 2861, 1999.

[16] FUKUI, M. und Y. ISHIBASHI: *Jamming transition in cellular automaton models for pedestrians on passageways.* J. Phys. Soc. Jpn. **68**, Seite 3738, 1999.

[17] MURAMATSU, M., T. IRIE und T. NAGATANI: *Jamming transition in pedestrian counter flow.* Physica **A267**, Seite 487, 1999.

[18] MURAMATSU, M. und T. NAGATANI: *Jamming transition in two-dimensional pedestrian traffic.* Physica **A275**, Seite 281, 2000.

[19] MURAMATSU, M. und T. NAGATANI: *Jamming transition of pedestrian traffic at a crossing with open boundaries.* Physica **A286**, Seite 377, 2000.

[20] HELBING, D. und P. MOLNAR: *Social force model for pedestrian dynamics.* Phys. Rev. **E51**, Seite 4282, 1995.

[21] HENDERSON, L. F.: *The Statistics of Crowd Fluids.* Nature **229**, Seite 381, 1971.

[22] KLÜPFEL, H., T. MEYER-KÖNIG, J. WAHLE und M. SCHRECKENBERG: *Microscopic Simulation of Evacuation Processes on Passenger Ships.* In: BANDINI, S. und T. WORSCH (Herausgeber): *Theory and Practical Issues on Cellular Automata.* Springer, 2000.

[23] HENDERSON, L. F. und D. J. LYONS: *Sexual Differences in Human Crowd Motion.* Nature **240**, Seite 353, 1972.

[24] WEIDMANN, U.: *Transporttechnik der Fußgänger.* Schriftenreihe des IVT **90**, ETH Zürich, 1992.

[25] HELBING, D., I. FARKAS und T. VICSEK: *Simulating dynamical features of escape panic.* Nature **407**, Seite 487, 2000.

[26] HELBING, D., F. SCHWEITZER, J. KELTSCH und P. MOLNAR: *Active walker model for the formation of human and animal trail systems.* Phys. Rev. **E56**, Seite 2527, 1997.

[27] HELBING, D., J. KELTSCH und P. MOLNAR: *Modelling the evolution of human trail systems.* Nature **388**, Seite 47, 1997.

[28] BURSTEDDE, C., K. KLAUCK, A. SCHADSCHNEIDER und J. ZITTARTZ: *Simulation of pedestrian dynamics using a 2-dimensional cellular automaton.* Erscheint in Physica **A**.

[29] SCHADSCHNEIDER, A.: *Cellular Automaton Approach to Pedestrian Dynamics – Theory.* In: *Conference on Pedestrian and Evacuation Dynamics.* Universität Duisburg, 2001. Erscheint im Springer Verlag.

[30] BURSTEDDE, C., A. KIRCHNER, K. KLAUCK, A. SCHADSCHNEIDER und J. ZITTARTZ: *Cellular Automaton Approach to Pedestrian Dynamics – Applications.* In: *Conference on Pedestrian and Evacuation Dynamics.* Universität Duisburg, 2001. Erscheint im Springer Verlag.

[31] WOLFRAM, S. (Herausgeber): *Theory and Applications of Cellular Automata.* World Scientific, 1986.

[32] Stauffer, D.: *Computer simulations of cellular automata.* J. Phys. **A24**, Seite 909, 1991.

[33] Gerhardt, M. und H. Schuster: *Das digitale Universum.* Vieweg, 1995.

[34] Gipps, P. und B. Marksjö: *A micro-simulation model for pedestrian flows.* Math. and Comp. in Simulation **27**, Seite 95, 1985.

[35] Helbing, D.: *Die wundervolle Welt aktiver Vielteilchensysteme.* Physikalische Blätter, Seite 27, Januar 2001.

[36] Sandow, S.: *Partially asymmetric exclusion process with open boundaries.* Phys. Rev. **E50**, Seite 2660, 1994.

[37] Schweitzer, F., K. Lao und F. Family: *Active random walkers simulate trunk trail formation by ants.* Biosystems **41**, Seite 153, 1997.

[38] Ben-Jacob, E.: *Generic modelling of cooperative growth patterns in bacterial colonies.* Nature **368**, Seite 46, 1994.

[39] Helbing, D. und T. Vicsek: *Optimal self-organization.* New J. Phys. **1**, 13.1, 1999.

[40] Molnár, P.: *Modellierung und Simulation der Dynamik von Fußgängerströmen.* Doktorarbeit, Universität Stuttgart, 1995. Veröffentlicht bei Shaker, Aachen, 1996.

[41] Helbing, D. und P. Molnár: *Self-organization phenomena in pedestrian crowds.* In: Schweitzer, F. (Herausgeber): *Self-Organization of Complex Structures: From Individual to Collective Dynamics*, Band 2. Gordon and Breach, London, 1996.

[42] Bak, P., K. Chen und C. Tang: *A forest-fire model and some thoughts on turbulence.* Phys. Lett. **A147**, Seite 297, 1990.

[43] Drossel, B. und F. Schwabl: *Self-organized critical forest-fire model.* Phys. Rev. Lett. **69**, Seite 1629, 1992.

Danksagungen

Ich danke Herrn Professor Dr. Zittartz für die Vergabe und Aufsicht der vorliegenden Diplomarbeit.

Herrn Priv.-Doz. Dr. Schadschneider möchte ich besonderen Dank aussprechen für die individuelle Betreuung und viele hilfreiche Gespräche und Anregungen.

Weiterhin schulde ich den Herren Kai Klauck, Andreas Kemper, Frank Zielen und Ansgar Kirchner Anerkennung für die oftmals erhellende physikalische und technische Zusammenarbeit.

Corinna Kollath, Burkhard Seif, Christian Dziurzik, Andreas Sindermann, Boris Maric und Ralf Michael Vetter verdienen Lob für ihre Kollegialität auch in nichtphysikalischen Bereichen.

Richard M. Stallman danke ich für das `GNU`-Projekt und Werke wie `gcc`, `emacs` und die `glibc`.

Linus Torvalds hat durch die Entwicklung von `linux` entscheidenden Beitrag geleistet zu einem freien, modernen Betriebssystem.

Donald E. Knuth gebührt die Ehre, mit TeX den Textsatz nicht nur im wissenschaftlichen Bereich revolutioniert zu haben.

Spencer Kimball und Peter Mattis schufen das `GTK` und erleichterten dadurch Teile meiner Arbeit ganz erheblich.

Zudem verdienen diejenigen meinen Dank, die zur Entwicklung von LaTeX, `awk`, `perl` und `gnuplot` beigetragen haben.

Schließlich möchte ich auch meine Familie, ohne die ich diese Arbeit nicht mit der nötigen Gelassenheit und Sicherheit hätte angehen können, nicht unerwähnt lassen.

Erklärung

Hiermit bestätige ich, daß ich meine Diplomarbeit selbständig angefertigt habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Köln im März 2001