

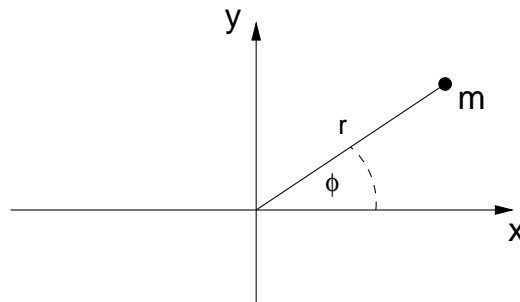
Computerphysik

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2009

Blatt V: Abgabetermin: Montag, den 25.05.2009, 12:00

Aufgabe 13: Ebene Bewegung mit Zentralkraft



Die Lagrange-Funktion für die zweidimensionale Bewegung eines Massenpunkts in einem Zentralpotential $V(r)$ ($r = |\vec{r}|$) mit den generalisierten Koordinaten r und ϕ (siehe Abbildung) lautet

$$L = \frac{1}{2}m (\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) - V(r) .$$

Daraus ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} m\ddot{r} &= mr\dot{\phi}^2 - \frac{\partial V}{\partial r} , \\ \frac{d}{dt} (mr^2\dot{\phi}) &= 0 . \end{aligned} \tag{1}$$

Zeigen Sie, dass sich diese beiden Differentialgleichungen zweiter Ordnung auf ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung der Form

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{f}(t, \vec{y})$$

zurückführen lassen. Hinweis: Die Drehimpulserhaltung vereinfacht die analytische Lösung der Differentialgleichungen (1). Dies soll aber hier nicht ausgenützt werden.

(4 Punkte)

Aufgabe 14: Runge-Kutta-Methode

- a) Implementieren Sie die Runge-Kutta-Methode (zweiter Ordnung in h) zur Lösung der Differentialgleichung für das ebene Pendel mit konstanter Fadenlänge l .

[Abgabe: `runge-kutta-2.c` per e-mail an Tutoren]

- b) Untersuchen Sie die Abhängigkeit des Winkels $\varphi(t = t_f)$ mit $t_f = 20$ von der Schrittweite h für Euler- und Runge-Kutta-Methode. Erstellen Sie dazu ein Diagramm mit $\varphi(t = t_f)$ in Abhängigkeit von $1/h$. Verwenden Sie die folgenden Parameter:

$$\varphi(t = 0) = 0, \quad \dot{\varphi}(t = 0) = 1.9, \quad g = 1, \quad l = 1.$$

[Abgabe: Ausdruck des Diagramms]

(7 Punkte)

Aufgabe 15: Pendel mit zeitabhängiger Fadenlänge (II)

In Aufgabe 12 wurde die Differentialgleichung für das ebene Pendel mit zeitabhängiger Fadenlänge $l(t)$ mit dem Euler-Verfahren gelöst. Berechnen Sie jetzt für $a = 0$ und $a = 0.2$ (ansonsten dieselben Parameter wie in Aufgabe 12) die Zeitabhängigkeit der kinetischen und potentiellen Energie, sowie der Gesamtenergie. [Abgabe: `pendel-1t-e.c` per e-mail an Tutoren und Ausdruck des Diagramms]

(4 Punkte)