

Übungsaufgaben zur Vorlesung

## Klassische Theoretische Physik II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, Dr. T. Rindler-Daller

WS 2008/09

**Blatt XII:** Abgabetermin: 27.1.2009, 10:00

### Aufgabe 43: Sphärisches Pendel

Stellen Sie die Lagrangeleichungen 2. Art eines 3D-Pendels (sphärisches Pendel) im Schwerfeld auf und integrieren Sie sie.

(6 Punkte)

### Aufgabe 44: Eichinvarianz der Lagrangeleichungen

Zeigen Sie, dass zwei Lagrangefunktionen, die sich um einen konstanten Faktor  $c \neq 0$  und die totale zeitliche Ableitung einer beliebigen Funktion der Koordinaten und der Zeit,  $f(q, t)$ , unterscheiden

$$L'(q, \dot{q}, t) = cL(q, \dot{q}, t) + \frac{d}{dt}f(q, t)$$

dieselben Bewegungsgleichungen ergeben.

(4 Punkte)

### Aufgabe 45: Brachistochrone (siehe auch VO)

Ein Massenpunkt mit Anfangsgeschwindigkeit Null soll im Gravitationsfeld reibungsfrei von  $P_1 = (x_1, 0)$  nach  $P_2 = (x_2, y_2)$  laufen. Stellen Sie eine Bedingung für die Zwangsfläche auf, die die dazu benötigte Zeit  $T$  minimiert, und berechnen Sie die Form der Brachistochrone.

*Hinweis:* Bestimmen Sie ein erstes Integral der Euler-Lagrange-Gleichung. Zeigen Sie, dass die *Zykloide* mit der Parameterdarstellung  $x(\phi) = A(\phi - \sin \phi) + B$ ,  $y(\phi) = A(1 - \cos \phi)$  die Differentialgleichung erfüllt.

(6 Punkte)

### Aufgabe 46: Seifenhaut

Eine Seifenhaut, die zwischen zwei parallelen Kreisen eingespannt ist, nimmt eine minimale Fläche ein. Stellen Sie eine Bedingung für diese Fläche auf und berechnen Sie die Form der Seifenhaut.

(5 Punkte)

### **Aufgabe 47: Kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten**

Bestimmen Sie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem Zylindermantel.

(4 Punkte)