

**Mathematische Methoden für das Lehramt (Ba of Arts)**

apl. Prof. Dr. R. Bulla

WS 2017/18

**Blatt 9:** Abgabetermin: Mittwoch, der 13.12.2017, 10:00

**Aufgabe 1: Wegintegrale I**

(4 Punkte)

Gegeben sei folgendes Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x + y \\ z - xy \\ z \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die von der Kraft  $\vec{F}$  entlang der Wege  $C_i$  ( $i = 1, 2$ ) geleistete Arbeit  $\Delta A_i$  mit

$$\Delta A_i = \int_{\vec{a}, C_i}^{\vec{b}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad , \quad \vec{a} = (0, 0, 0) \quad , \quad \vec{b} = (1, 1, 1) .$$

Dabei sind die Wege  $C_i$  gegeben durch:

$$\begin{aligned} C_1 & : \quad \vec{r}(t) = (t, t, t) \quad , \quad 0 < t < 1 \\ C_2 & : \quad \vec{r}(t) = (t^2, -t + 2t^2, t) \quad , \quad 0 < t < 1 \end{aligned}$$

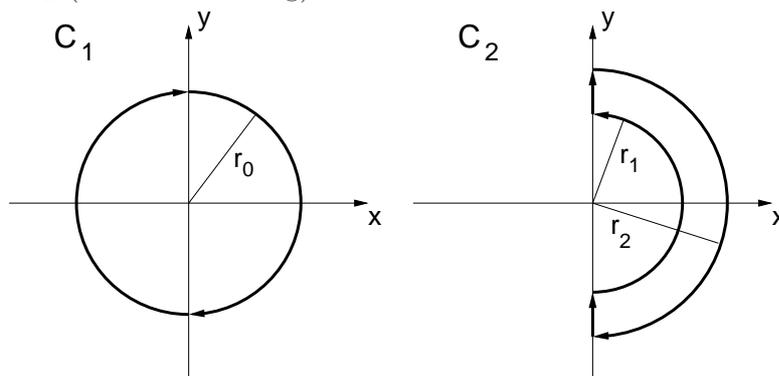
**Aufgabe 2: Wegintegrale II**

(4 Punkte)

Gegeben sei ein Kraftfeld der Form

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie für dieses Kraftfeld die Arbeit  $W$  entlang der beiden geschlossenen Wege  $C_1$  und  $C_2$  (siehe Abbildung).



### Aufgabe 3: Differentialgleichungen – Lösung durch Einsetzen

(4 Punkte)

Gegeben sind die folgenden vier Differentialgleichungen:

$$\text{I : } f''(x) - 2xf'(x) - 2f(x) = 0 ,$$

$$\text{II : } 4f''(x) + 2f'(x) - 2f(x) = 0 ,$$

$$\text{III : } f'(x) - 2xf(x) = 0 ,$$

$$\text{IV : } f'(x) - 3x^2f(x) = 0 .$$

Welche der folgenden Funktionen sind Lösungen einer oder mehrerer dieser Differentialgleichungen?

$$f(x) = e^{(x^2)} , f(x) = ae^{\left(\frac{x}{2}\right)} + be^{(-x)} \quad (a, b \in \mathbb{R}) , f(x) = e^{(x^2+x)} , f(x) = e^{(x^3)} .$$

### Aufgabe 4: Klassifizierung von Differentialgleichungen

(4 Punkte)

Gegeben sind folgende Differentialgleichungen:

$$\text{I : } \frac{d^2f}{dx^2} + t\frac{df}{dx} + 2 = 0 , \quad \text{II : } \frac{\partial f}{\partial t} + f(x, t)\frac{\partial f}{\partial x} = 0 ,$$

$$\text{III : } \frac{d^3x}{dt^3} + t^4\frac{dx}{dt} - x(t) = 0 , \quad \text{IV : } (f(x))^4 + \frac{df}{dx}x = 0 .$$

Klassifizieren Sie diese Differentialgleichungen nach folgenden Kriterien:

- gewöhnlich/partiell,
- linear/nicht-linear,
- homogen/nicht homogen,
- konstante/nicht-konstante Koeffizienten.

Von welcher Ordnung sind die Differentialgleichungen jeweils?