

## Mathematische Methoden für das Lehramt (Ba of Arts)

apl. Prof. Dr. R. Bulla

WS 2018/19

**Blatt 8:** Abgabetermin: Mittwoch, der 05.12.2018, 10:00

### Aufgabe 1: $N$ -Teilchen-System – innere Kräfte

(3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für ein  $N$ -Teilchen-System mit inneren Kräften  $\vec{F}_{ij}$  zwischen Teilchen  $i$  und  $j$  gilt:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij} = \vec{0} .$$

### Aufgabe 2: Drehimpulserhaltung

(4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass für die Bewegung eines Teilchens auf der Kreisbahn

$$\vec{r}(t) = R \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

der Drehimpuls  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$  eine Erhaltungsgröße ist. (2 Punkte)

b) Zeigen Sie, dass für eine beschleunigte Bewegung der Form

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} t^2 \vec{g}$$

der Drehimpuls  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$  im Allgemeinen *keine* Erhaltungsgröße ist. (2 Punkte)

### Aufgabe 3: Drehimpuls

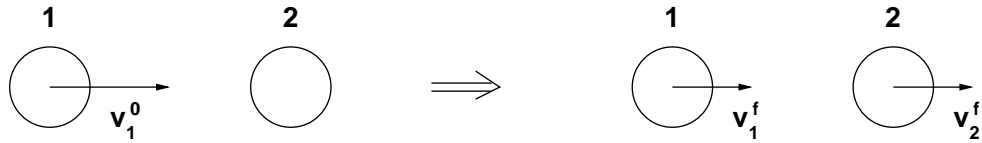
(3 Punkte)

Die Bahn eines Körpers sei gegeben durch  $\vec{r}(t)$ , der Drehimpuls  $\vec{l}(t)$  werde relativ zum Bezugspunkt  $\vec{r}_0 = \vec{0}$  bestimmt. Der Vektor  $\vec{r}(t)$  überstreicht in der Zeit  $t$  die Fläche  $A(t)$ . Zeigen Sie, dass für die Ableitung der Fläche nach der Zeit gilt:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{|\vec{l}(t)|}{2m} .$$

#### Aufgabe 4: elastischer Stoß

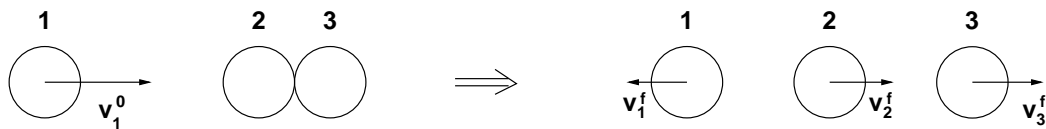
(9 Punkte)



Betrachten Sie den in der Abbildung dargestellten Stoßprozess: Teilchen 1 (Masse  $m_1$ , Geschwindigkeit  $v_1^0$ ) trifft auf das ruhende Teilchen 2 (Masse  $m_2$ , Geschwindigkeit  $v_2^0 = 0$ ); nach dem Stoß haben die beiden Teilchen die Geschwindigkeiten  $v_1^f$  und  $v_2^f$ .

- Berechnen Sie (unter der Annahme, dass Gesamtimpuls und Gesamtenergie des Systems erhalten sind) die Geschwindigkeiten  $v_1^f$  und  $v_2^f$ . (5 Punkte)
- Was ergibt sich für den Fall  $m_1 = m_2$ ? (1 Punkt)

Betrachten Sie jetzt den in der zweiten Abbildung dargestellten Stoßprozess mit drei Teilchen (Massen  $m_i = m$ ,  $v_2^0 = v_3^0 = 0$ ):



- Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Endzustände mit den Erhaltungssätzen verträglich sind:

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & v_1^f = v_2^f = 0, \quad v_3^f = v_1^0, \\ \text{II:} \quad & v_1^f = -\frac{1}{3}v_1^0, \quad v_2^f = v_3^f = \frac{2}{3}v_1^0. \quad (3 \text{ Punkte}) \end{aligned}$$