

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Methoden

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

WS 2011/2012

Blatt 7: Abgabetermin 29.11.2011 in der Vorlesung

Aufgabe 1: Differentialgleichungen: Potenzreihenansatz II

Gegeben sei die Differentialgleichung (siehe auch Aufgabe 2 von Blatt 6):

$$y'(x) - 2xy(x) = 0 .$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung mit Hilfe des Potenzreihenansatzes

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n .$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Differentialgleichungen: Potenzreihenansatz III

Gegeben sei die Differentialgleichung:

$$u''(x) - 2xu'(x) + (2\varepsilon - 1)u(x) = 0 .$$

- a) Auf welche Rekursionsrelation für die Koeffizienten c_n führt der Potenzreihenansatz

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n ?$$

- b) Für welche Werte der Konstanten ε ergibt sich für die Lösung der Differentialgleichung ein Polynom *endlicher* Ordnung? (Für welche Werte von ε bricht die Rekursion ab?) (2 Punkte)

Aufgabe 3: partielle Differentialgleichung: Separation der Variablen

Gegeben seien folgende partielle Differentialgleichungen:

$$(I) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} + y \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 ,$$

$$(II) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial z} + z \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 . \quad (3 \text{ Punkte})$$

Führen Sie mit Hilfe eines jeweils geeigneten Ansatzes eine Separation der Variablen durch. Auf welche gewöhnlichen Differentialgleichungen führt diese Separation jeweils?

Aufgabe 4: Vektoren

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{r}_1 = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \quad , \quad \vec{r}_2 = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \quad .$$

Bestimmen Sie:

- a) $|\vec{r}_1|$
- b) $|\vec{r}_2|$
- c) $|2\vec{r}_1 - 3\vec{r}_2|$
- d) $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$
- e) Berechnen Sie den Flächeninhalt des durch \vec{r}_1 und \vec{r}_2 aufgespannten Parallelogramms. (1 Punkt)
- f) Bestimmen Sie den Normalenvektor dieses Parallelogramms. (1 Punkt)