

## Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

WS 2014/15

**Blatt 1:** Abgabetermin: Dienstag, der 14.10.2014, 10:00

### Aufgabe 1: komplexe Zahlen

Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 1 - i \quad , \quad z_2 = 3 + 4i \quad .$$

- a) Stellen Sie  $z_1$  in der Form  $z_1 = re^{i\varphi}$  dar, d.h. geben Sie  $r$  und  $\varphi$  an.

Bestimmen Sie jeweils Real- und Imaginärteil von

b)  $z_1 z_2$ ,

c)  $\frac{z_1}{z_2}$ ,

d)  $(z_1)^{10}$  .

- e) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Zahlen  $z_n = e^{in\pi}$  für  $n \in \mathbb{Z}$ .

### Aufgabe 2: Eigenfunktionen und Eigenwerte

Gegeben sei der Operator

$$\hat{A} = x \frac{\partial}{\partial x} .$$

- a) Zeigen Sie, dass für beliebige  $n \in \mathbb{Z}$  die Funktionen

$$\psi_n(x) = x^n$$

Eigenfunktionen zum Operator  $\hat{A}$  sind.

- b) Wie lauten die dazugehörigen Eigenwerte?

- c) Wie wirkt der Operator  $\hat{A}$  auf die Funktion  $\exp(x)$ ? Verwenden Sie dazu die Darstellung

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} .$$

Ist  $\exp(x)$  ebenfalls Eigenfunktion zu  $\hat{A}$ ?

- d) Überzeugen Sie sich von der Gültigkeit folgender Aussage: Die Summe zweier Eigenfunktionen zu  $\hat{A}$  mit *verschiedenen* Eigenwerten ist keine Eigenfunktion zu  $\hat{A}$ .

(4 Punkte)

### Aufgabe 3: Rechnen mit Operatoren: Kommutator

- a) Zeigen Sie die *Jakobi-Identität* für drei beliebige Operatoren  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ :

$$[\hat{A}, [\hat{B}, \hat{C}]] + [\hat{C}, [\hat{A}, \hat{B}]] + [\hat{B}, [\hat{C}, \hat{A}]] = 0$$

- b) Berechnen Sie die Kommutatoren ( $i, j = 1, 2, 3$ )

$$\left[ x_i, \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \quad , \quad [x_i, \vec{p} \cdot \vec{p}] \quad \text{und} \quad [x^3, p_x] \quad .$$

- c) Der Operator des Drehimpulses lautet  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ . Zeigen Sie die Relation

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z$$

(5 Punkte)