Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD Dr. Rochus Klesse
Moritz Ernst, Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 1

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 18.10.2011 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt
Besprechung: Donnerstag, den 20.10.2011 in den Übungsstunden
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/ktpii2011.html

1. Faraday'sches Induktionsgesetz *(4 Punkte)*

Nach Faraday ist die Induktionsspannung U einer Leiterschleife c durch $U = -d\Phi/dt$ gegeben, wobei $\Phi = \int_F \mathbf{B} \cdot d\mathbf{f}$ der magnetische Fluss durch eine von c berandete Fläche F ist. Diese Beziehung gilt insbesondere auch für eine zeitlich variable Leiterschleife $c(t)$. In diesem Fall muss im Induktionsgesetz natürlich der magnetische Fluss durch eine *zeitlich variable* Fläche $F(t)$ mit $\partial F(t) = c(t)$ betrachtet werden.
In dieser Aufgabe soll das Induktionsgesetz für den allgemeinen Fall in zwei Schritten aus der Maxwellschen Theorie abgeleitet werden.

a) Die Bildung der totalen Zeitableitung des magnetischen Flusses $\Phi(t) = \int_{F(t)} \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{f}$ bedarf bei einer zeitabhängigen Integrationsfläche $F(t)$ etwas Aufmerksamkeit. Beweisen Sie dazu zunächst folgende Identität für ein zeitabhängiges, hinreichend oft differenzierbares Vektorfeld $\mathbf{A}(t)$:

$$\frac{d}{dt} \int_{F(t)} \mathbf{A}(t) \cdot d\mathbf{f} \bigg|_{t_0} = \int_{F(t_0)} (\, \dot{\mathbf{A}}(t_0) + \mathbf{v} \, \mathrm{div} \mathbf{A}(t_0) \,) \cdot d\mathbf{f} \; - \int_{\partial F(t_0)} \mathbf{v} \times \mathbf{A}(t_0) \cdot d\mathbf{l} \, .$$

Hierbei ist $\mathbf{v}$ ein Geschwindigkeitsvektorfeld, das die Punkte der Schleife $c(t)$ transportiert.
Hinweis: Schreiben Sie die linke Seite der Gleichung als

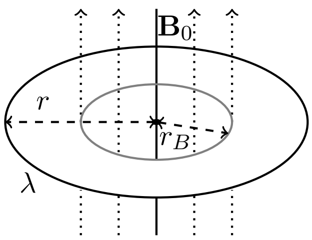
$$\lim_{\epsilon \to 0} \frac{1}{\epsilon} \left(\int_{F(t_0+\epsilon)} (\mathbf{A}(t_0) + \epsilon \dot{\mathbf{A}}(t_0) + O(\epsilon^2)) \cdot d\mathbf{f} \; - \int_{F(t_0)} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t_0) \cdot d\mathbf{f} \right) .$$

Betrachten Sie dann ein von den Flächen $F(t_0)$, $F(t_0 + \epsilon)$ und einer Mantelfläce M_ϵ begrenztes Volumen, wobei die Mantelfläche M_ϵ approximativ von Vektoren der Form $\epsilon \mathbf{v}(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} \in \partial F(t_0)$ gebildet werden, und verwenden Sie den Satz von Gauß.

b) Im allgemeinen Fall ist die Induktionsspannung durch $U(t) = \int_{c(t)} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$ bestimmt, wobei $\mathbf{v}$ wie unter **a**) (warum?). Leiten Sie hiermit und der Identität aus **a**) das Induktionsgesetz $U = -d\Phi/dt$ aus den Maxwellschen Gleichungen ab.

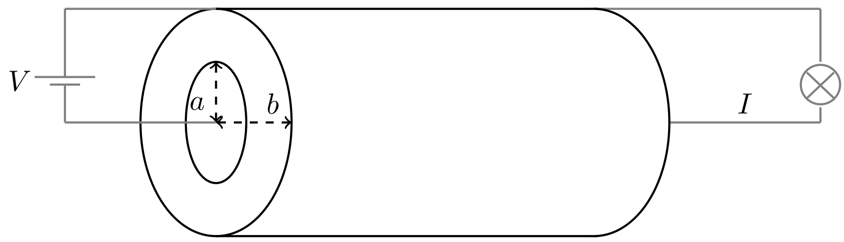
2. Rotierendes Rad *(4 Punkte)*

Am Außenrand eines ruhenden Rades mit Radius r sei eine Linienladungsdichte λ festgeklebt. Das Rad werde dann horizontal so aufgehängt, dass es sich frei drehen kann. Die Speichen bestehen aus einem nichtleitenden Material. In der Mitte des Rades bis zu einem Radius $r_B \leq r$ befinde sich ein homogenes Magnetfeld $\mathbf{B}_0$ in vertikaler Richtung. Nun werde das Magnetfeld abgeschaltet. Das anfangs ruhende Rad wird dadurch in Rotation versetzt. Warum? Bestimmen Sie den Drehimpuls des Rades nachdem das Magnetfeld verschwunden ist. Wie steht es mit der Drehimpulserhaltung?



3. Koaxialkabel *(4 Punkte)*

Ein langes Koaxialkabel habe einen inneren Zylinder mit Radius a, der äußere Zylinder habe Radius b. Auf der einen Seite des Kabels sei eine Batterie angebracht mit Spannung V. Auf der anderen Seite befinde sich eine Glühlampe, die den Strom I benötige. Berechnen Sie mit Hilfe des Poynting-Vektors den durch das Kabel transportierten Energiestrom.



4. Dickes Kabel *(4 Punkte)*

Ein dickes Kabel mit Radius a trage einen konstanten Strom I homogen auf das Kabel verteilt. Im Kabel sei eine kleine Lücke der Breite $w \ll a$, diese bilde einen Plattenkondensator. Wie verhält sich das Magnetfeld in der Lücke?