
Klassische Theoretische Physik II

Blatt 2

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 25.10.2011 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt.

Sie dürfen in **Dreiergruppen** abgeben.

Besprechung: Donnerstag, den 27.10.2011 in den Übungsstunden

Website: <http://thp.uni-koeln.de/~rk/ktpii2011.html>

5. Das Prinzip des Archimedes (4 Punkte)

Ein in eine Flüssigkeit der Dichte ρ vollständig eingetauchter Körper des Volumens V erfährt nach Archimedes eine Auftriebskraft $\mathbf{F} = -\rho g V \hat{\mathbf{z}}$, wobei g die Schwerebeschleunigung und $\hat{\mathbf{z}}$ die Lotrechte (Richtung Erdmittelpunkt) ist. Begründen Sie dieses Prinzip mittels des Spannungstensors einer Flüssigkeit unter Druck p , $\mathbb{T} = -p\mathbb{I}$ (\mathbb{I} bezeichnet die Einheitsmatrix). Stellen Sie dazu die Auftriebskraft des Körpers durch \mathbb{T} dar und verwenden Sie den Satz von Gauß.

6. Geladene Kugel (4 Punkte)

Verwenden Sie den Maxwell'schen Spannungstensor, um die Kraft zu berechnen, welche die untere Hemisphäre einer geladenen Vollkugel (Gesamtladung Q , Radius R) auf die obere ausübt. Hinweis: Mit Symmetrieüberlegungen können Sie sich einige explizite Rechnungen sparen!

7. Das klassische Elektronenmodell (4 Punkte)

Wir betrachten in dieser Aufgabe das Elektron als homogen geladene, rotierende Sphäre mit Radius R , Gesamtladung e und Winkelgeschwindigkeit ω . Sie dürfen für diese Aufgabe verwenden, dass mit Flächenladungsdichte $\sigma = \frac{e}{4\pi R^2}$ und $m = \frac{4}{3}\pi\sigma\omega R^4$ das Magnetfeld gegeben ist durch

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{2}{3}\mu_0\sigma R\omega\mathbf{e}_z & \text{innerhalb;} \\ \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}(2\cos\theta\mathbf{e}_r + \sin\theta\mathbf{e}_\theta) & \text{außerhalb.} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die im elektromagnetischen Feld gespeicherte Energie.
- b) Berechnen Sie den im elektromagnetischen Feld gespeicherten Drehimpuls.
- c) Gemäß $E = mc^2$ müsste die im Feld gespeicherte Energie zur Masse des Elektrons beitragen. Lorentz und andere haben spekuliert, dass die gesamte in Experimenten gemessene Ruhemasse des Elektrons der Feldenergie entspricht. Nehmen Sie weiterhin an, dass der Spin $S = \frac{\hbar}{2}$ des Elektrons aus dem elektromagnetischen Feld stamme und berechnen Sie unter diesen Voraussetzungen Radius und Winkelgeschwindigkeit. Ist dieses klassische Modell sinnvoll?

Hinweis: Beim Spin handelt es sich um den von Stern und Gerlach nachgewiesenen "Eigendrehimpuls" des Elektrons, der klassisch nicht erklärt werden kann, sondern ein Effekt der relativistischen Quantenmechanik ist.

8. Eindimensionale Wellengleichung

(4 Punkte)

a) Transformieren Sie die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u(x, t) = 0$$

auf Lichtkegelkoordinaten $\xi = x + ct$, $\eta = x - ct$ und zeigen Sie, dass die allgemeinste Lösung die Form

$$u(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$$

hat. u, f, g seien zweimal stetig differenzierbar.

b) Wie sieht die explizite Lösung für eine zur Zeit $t = 0$ vorgebene Form $u(x, 0) =: a(x)$ mit Geschwindigkeitsprofil $\dot{u}(x, 0) =: b(x)$ aus?

c) Bestimmen Sie $u(x, t)$ zu den Anfangsbedingungen

1. $a(x) = \sin(kx)$, $b(x) = 0$,

2. $a(x) = \sin(kx)$, $b(x) = -kc \cos(kx)$,

3. $a(x) = \sin(kx)$, $b(x) = kc \cos(kx)$.