Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD Dr. Rochus Klesse
Moritz Ernst, Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 6

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 22.11.2011 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt.
Sie dürfen in **Dreiergruppen** abgeben.
Besprechung: Donnerstag, den 24.11.2011 in den Übungsstunden.
Website: http://thp.uni-koeln.de/∼rk/ktpii2011.html

22. Felder einer bewegten Punktladung *(4 Punkte)*

Verwenden Sie die in der Vorlesung hergeleiteten Lienard-Wiechert-Potentiale

$$\phi(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R - \frac{1}{c}\mathbf{R}\cdot\mathbf{v}} \quad A(\mathbf{r},t) = \frac{\mathbf{v}}{c^2}\phi(\mathbf{r},t)$$

um zu zeigen, dass das elektromagnetische Feld einer bewegten Punktladung die Form

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{R}{(\mathbf{R}\cdot\mathbf{u})^3}[(c^2 - v^2)\mathbf{u} + \mathbf{R}\times(\mathbf{u}\times\mathbf{a})] \quad \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c}\mathbf{e_R}\times\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

hat.
Zur Notation: bezeichnen wir mit $\mathbf{w}(t)$ den Verbindungsvektor vom Ursprung zum Ort der Ladung zur Zeit t, so wird die retardierte Zeit t_r implizit durch die Gleichung $\|\mathbf{r}-\mathbf{w}(t_r)\| = c(t-t_r)$ bestimmt. Mit diesen Konventionen gilt $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{w}(t_r)$ sowie $R = \|\mathbf{R}\|$. $\mathbf{v}$ bezeichnet die Geschwindigkeit der Ladung zur retardierten Zeit. Weiterhin ist $\mathbf{u} = c\mathbf{R} - \mathbf{v}$.
Hinweis: Diese Aufgabe müssen Sie "aussitzen" - es führt für einen Physiker kein Weg daran vorbei, elementare Differentialrechnung anwenden zu können. Sofern Sie unterwegs hängenbleiben, konsultieren Sie die Literatur, statt aufzugeben.

23. Gleichförmig bewegte Punktladung *(4 Punkte)*

a) Berechnen Sie mit Hilfe der allgemeinen Felder aus Aufgabe 22 die elektromagnetischen Felder einer geradlinig-gleichförmig bewegten Punktladung und skizzieren Sie diese. Sie sollten

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1 - v^2/c^2}{\left(1 - v^2/c^2\cdot\sin^2\theta\right)^{3/2}}\frac{\mathbf{e}_{\tilde{\mathbf{R}}}}{\tilde{R}^2} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c^2}(\mathbf{v}\times\mathbf{E})$$

erhalten. Dabei ist $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$ der Verbindungsvektor vom aktuellen Ort der Ladung zum Beobachtungspunkt und θ der Winkel zwischen $\tilde{\mathbf{R}}$ und $\mathbf{v}$. Sie dürfen ohne Beweis die Beziehung

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{u} = \sqrt{(c^2t - \mathbf{r}\cdot\mathbf{v})^2 + (c^2 - v^2)(r^2 - c^2t^2)}$$

verwenden.

b) Wie sehen die Felder in nichtrelativistischer Näherung $v^2 \ll c^2$ aus?

c) Berechnen Sie ausgehend von b) die Energiedichte, den Poyntingvektor sowie den Energiestrom durch eine Kugeloberfläche, in deren Zentrum sich momentan die Ladung befindet.

24. Lineare Antenne *(4 Punkte)*

Wir betrachten eine lineare Antenne, d.h. einen Zylinder der Höhe d und vernachlässigbarer Dicke, der in z-Richtung symmetrisch zum Ursprung ausgerichtet sei. Sie trage den Strom

$$I(\mathbf{r}, t) = I_0 \left(1 - \frac{2|z|}{d}\right) \exp(-i\omega t).$$

Berechnen Sie die Winkelverteilung $\frac{dP}{d\Omega}$ der abgestrahlten Leistung sowie die abgestrahlte Gesamtleistung.

25. Sonnenlicht *(4 Punkte)*

a) Wieso ist der Taghimmel blau und der Sonnenuntergang rot?

b) Warum sehen Sie partiell polarisiertes Licht, wenn Sie in den blauen Himmel blicken?