
Theoretische Physik I – Mechanik – Blatt 1

Sommersemester 2016

Webpage: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mechanik2016.html/>

Abgabe bis Dienstag, den 19.04.2016, 13:00 in den Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Es sind Gruppenabgaben von bis zu drei Personen erlaubt. Bitte schreiben Sie leserlich und heften Sie Ihre Abgabe am oberen linken Rand zusammen. Versehen Sie Ihre Abgaben mit Ihren Namen sowie dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters. Bitte beachten Sie die Hinweise zum Übungsbetrieb auf der oben genannten Homepage zur Vorlesung.

1. Euklidische Geometrie

10 Punkte

- Was ist ein Skalarprodukt und wozu dient es?
- Beweisen Sie den Satz des Pythagoras mit Hilfe des Skalarprodukts.
- Beweisen Sie die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung $|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| \leq |\mathbf{u}| |\mathbf{v}|$ (für Vektoren \mathbf{u}, \mathbf{v} eines euklidischen Vektorraums).
- Beweisen Sie die Dreiecksungleichungen

$$\left| |\mathbf{u}| - |\mathbf{v}| \right| \leq |\mathbf{u} + \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|.$$

2. Kinematik

10 Punkte

- Die Bahn eines Teilchens bzgl. eines Bezugspunkts O sei durch den Ortsvektor

$$\mathbf{r}(t) = \cos \omega t \mathbf{u} + \sin 2\omega t \mathbf{v}$$

gegeben. Hierbei sind \mathbf{u} und \mathbf{v} orthonormale Vektoren, ω ist eine konstante der Dimension 1/Zeit. Bestimmen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung des Teilchens und skizzieren Sie die Bahn in der durch \mathbf{u} und \mathbf{v} aufgespannten Ebene.

- Der Beschleunigungssensor Ihres Smartphones übermittelt folgende Daten an die Zentrale:

$$\mathbf{a}(t) = \alpha \left(\frac{\tau}{2} - t \right) \mathbf{e}_1 + \beta \sin \frac{2\pi t}{\tau} \mathbf{e}_2, \quad t \in [0, \tau].$$

Hierbei sind α , β und τ uns nicht näher bekannte Konstanten und die Vektoren $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ bilden ein Orthonormalsystem. Unter der Annahme, dass Ihr Smartphone bei $t = 0$ in O ruht, wo befindet es sich zur Zeit $t = \tau$ und mit welcher Geschwindigkeit bewegt es sich dann?

- c) Die ebene Bahn eines Teilchen sei in Polarkoordinaten (r, φ) gemäß $\mathbf{r} = r \mathbf{e}_r$ mit $\mathbf{e}_r = \cos \varphi \mathbf{e}_1 + \sin \varphi \mathbf{e}_2$ gegeben. Zeigen Sie, dass Geschwindigkeit und Beschleunigung durch

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi, \quad \ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2) \mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) \mathbf{e}_\varphi$$

mit $\mathbf{e}_\varphi = -\sin \varphi \mathbf{e}_1 + \cos \varphi \mathbf{e}_2$ gegeben sind.

3. Freier vertikaler Fall mit Luftwiderstand

10 Punkte

Wir nehmen an, der Luftwiderstand eines senkrecht fallenden Körpers sei proportional dem Quadrat seiner Geschwindigkeit v . Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit. Zur Zeit $t = 0$ gelte $v = 0$. Welche Endgeschwindigkeit erreicht der Körper? Bestimmen Sie eine Näherungsformel für $v(t)$ für kleine Zeiten.