

---

## Theoretische Physik I – Mechanik – Blatt 2

---

Sommersemester 2016

Webpage: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mechanik2016.html/>

Abgabe bis Dienstag, den 26.04.2016, 13:00 in den Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Es sind Gruppenabgaben von bis zu drei Personen erlaubt. Bitte schreiben Sie leserlich und heften Sie Ihre Abgabe am oberen linken Rand zusammen. Versehen Sie Ihre Abgaben mit Ihren Namen sowie dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters. Bitte beachten Sie die Hinweise zum Übungsbetrieb auf der oben genannten Homepage zur Vorlesung.

### 4. Kraft und Masse

Erläutern Sie die Größen *träge Masse*, *Kraft* und *schwere Masse*. Beschreiben Sie insbesondere auf welche Weise diese Größen experimentell bestimmt werden können. Geben Sie außerdem ein Experiment an, dass die Äquivalenz von schwerer und träger Masse demonstriert.

### 5. Gravitation einer kugelsymmetrischen Massenverteilung

Eine Massenverteilung mit Dichte  $\rho(\mathbf{r}')$  übe auf eine Testmasse  $m_t$  am Ort  $\mathbf{r}$  die Gravitationskraft  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  aus. Das Gravitationsfeld  $\mathbf{G}$  der Massenverteilung ist dann durch  $\mathbf{G}(\mathbf{r}) := \mathbf{F}(\mathbf{r})/m_t$  gegeben, ihr Gravitationspotenzial  $\Phi$  erfüllt  $\mathbf{G} = -\text{grad } \Phi$ .

- a) Zeigen Sie, dass das Gravitationspotenzial eines Massenpunkts der Masse  $m$  am Ort  $\mathbf{r}_0$  durch  $\Phi(\mathbf{r}) = -Gm/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$  gegeben ist. Folgern Sie mittels des Superpositionsprinzips von Kräften, dass dann eine allgemeine Massenverteilung mit Dichte  $\rho(\mathbf{r}')$  das Gravitationspotenzial

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \int d^3\mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

besitzt.

- b) Bestimmen Sie nun das Gravitationspotenzial einer Kugelschale von Radius  $R$  und homogen verteilter Masse  $M$ . [Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis aus a) unter Verwendung von Kugelkoordinaten.]  
c) Berechnen Sie schließlich die Gravitationskraft der Erde auf einen Körper nahe der Erdoberfläche.

### 6. Schwerpunkt

- a) Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt eines Systems zweier Massenpunkte die Verbindungsstrecke der Massenpunkte im umgekehrten Verhältnis ihrer Massen teilt.

- b)  $\mathbf{R}_I$  und  $\mathbf{R}_{II}$  seien die Ortsvektoren der Schwerpunkte zweier Systeme  $I$  und  $II$  mit  $N_I$  Massenpunkten der Gesamtmasse  $M_I$  bzw.  $N_{II}$  Massenpunkten der Gesamtmasse  $M_{II}$ . Zeigen Sie, dass dann der Schwerpunkt des Verbundsystems  $I + II$  durch

$$\mathbf{R} = \frac{M_I \mathbf{R}_I + M_{II} \mathbf{R}_{II}}{M_I + M_{II}}$$

gegeben ist.

- c) Gegeben seien nun vier Teilchen der Massen  $m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = m$  an den jeweiligen Orten  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{r}_1 = \underline{e}_1$ ,  $\mathbf{r}_2 = \underline{e}_2$  und  $\mathbf{r}_3 = \underline{e}_3$ . Berechnen Sie den Schwerpunkt. Skizzieren Sie die Anordnung inklusive des Schwerpunkts.
- d) Nun sei  $m_0$  nicht gleich  $m$  sondern  $m_0 = 100m$ , bzw.  $m_0 = m/100$ . Berechnen Sie auch für diese beiden Fälle die Schwerpunkte des Gesamtsystems und skizzieren Sie die Anordnung.

## 7. Erhaltungsgrößen

- a) Beweisen Sie den Impulserhaltungssatz und den Schwerpunkterhaltungssatz.
- b) Ein Teilchen bewege sich reibungsfrei auf einer ebenen Tischplatte. Nun wird ein kleines Loch in den Tisch gebohrt und von unten durch das Loch ein dünner Faden geführt. An diesem wird das Teilchen fixiert, das sich nun nur noch am gespannten Faden über die Ebene bewegen soll. Der Abstand des Teilchens vom Loch kann durch den Faden reguliert werden. Zu Zeiten  $t < 0$  bewege sich das Teilchen  $m$  mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  im Abstand  $d$  um das Loch. Während  $0 \leq t \leq t_1$  wird der Abstand durch Fadenzug auf  $d/2$  verkürzt. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert das Teilchen dann um das Loch? Welche Kräfte wirken auf das Teilchen während  $t < 0$  und  $t > t_1$ ?