

---

## Statistische Mechanik Blatt 14

---

*Wintersemester 2010/11*

**Abgabe:** *Keine. Mindestens eine der Aufgaben wird allerdings sehr ähnlich in der Klausur auftauchen.*

**Internetseite:** *[www.thp.uni-koeln.de/~rk/statmech\\_ws10](http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/statmech_ws10)*

### 57. Druck und Energie

Weisen sie für ideale Fermionenquantengase nach, dass die Beziehungen

$$p = \frac{2}{3}u$$

für den nichtrelativistischen und

$$p = \frac{1}{3}u$$

für den ultrarelativistischen Fall gelten, wobei  $u$  die innere Energiedichte  $u = E/V$  ist.

### 58. 2D-Fermigas

Bestimmen Sie die Fermienergie  $\epsilon_F$  und Fermi-Wellenzahl  $k_F$  eines **zweidimensionalen**, nicht-relativistischen Fermigases bei  $T = 0$  in Abhängigkeit der Teilchendichte  $n = \frac{N}{V}$ .

## 59. Pauli-Paramagnetismus

Die Leitungselektronen in einem Metall in einem homogenen Magnetfeld in  $z$ -Richtung haben grob den Einteilchen-Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m_E} + \frac{2\hat{S}_z}{\hbar}\mu_B B$$

wobei  $m_E$  die Elektronenmasse und  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_E}$  das Bohr'sche Magneton sind. Betrachten Sie das Elektronengas als in zwei Teilgasen aufgeteilt, bei denen sich die Elektronenspins jeweils parallel bzw. antiparallel zum Magnetfeld ausrichten. Für  $T \rightarrow 0$  (worauf wir uns hier konzentrieren wollen) sind in den beiden Teilgasen jeweils alle Zustände mit  $|k| < k_{F,\pm}$  besetzt. Das Magnetfeld hat nun einfach den Effekt, dass einige Elektronen von der parallelen zur antiparallelen Ausrichtung wechseln. Die Besetzungszahlen der beiden Ausrichtungen ändern sich also und damit auch die Fermi-Wellenzahlen  $k_{F,\pm}$ .

*Hinweis:*  $\frac{2\hat{S}_z}{\hbar}$  nimmt für  $z$ -polarisierte Elektronen einfach die Werte  $\pm 1$  an.

*Anmerkung:* die 2 in  $\frac{2\hat{S}_z}{\hbar}$  sollte eigentlich der gyromagnetische Faktor des Elektrons sein, der nur in guter Näherung 2 ist.

- a) Berechnen Sie bei vorgegebenem chemischen Potenzial und Magnetfeld  $k_{F,\pm}$ .
- b) Berechnen Sie damit das großkanonische Potenzial  $\Phi(\mu, B)$ .

*Hinweis:*

$$\lim_{T \rightarrow 0} -k_B T \ln \left( 1 + e^{\frac{\mu - E}{k_B T}} \right) = (E - \mu)\Theta(\mu - E) \quad .$$

- c) Berechnen Sie die die Magnetisierung  $M = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial B} \right)_\mu$ .

### Für die Klausurzulassung:

Von allen Bachelor-Studenten benötigen wir die Matrikelnummer und das Hauptfach. Bitte teilen Sie diese Ihren Übungsgruppenleitern mit, idealerweise beim Besuch der Übung.