
Statistische Mechanik Blatt 8

Wintersemester 2010/11

Abgabe: *Freitag, 10. Dezember, bis 10 Uhr im grauen Kasten vor der Theorie.*

Internetseite: *www.thp.uni-koeln.de/~rk/statmech_ws10*

32. Freie Enthalpie

5+5 Punkte

Ein thermodynamisches System sei mit einem sehr großen Reservoir so gekoppelt, dass Energie- und Volumenaustausch möglich ist (z.B. über ein Kolbensystem). Temperatur T und Druck p des Reservoirs werden deshalb auch dem System aufgeprägt.

- a) Zeigen Sie, dass unter diesen Bedingungen der Gleichgewichtszustand des System durch minimale *freie Enthalpie*

$$G := E + pV - TS$$

gekennzeichnet ist. (Die Größen E , V und S beziehen sich auf das System.)

- b) Der Gleichgewichtswert von G ist als eine Funktion von p und T aufzufassen. Zeigen Sie:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = V$$

33. Maxwell-Relationen

3+3+9 Punkte

In der Vorlesung wurde durch zweifaches Differenzieren der Entropie nach E und V in beiden Reihenfolgen eine interessante Relation gezeigt.

- a) Differenzieren Sie die oben eingeführte freie Enthalpie, als Funktion von p und T betrachtet, nach diesen beiden Variablen in beiden Reihenfolgen und leiten Sie eine andere Maxwell-Relation daraus ab. Eine der beiden Seiten sollte leicht als eine der Response-Funktionen erkennbar sein.
- b) Ein unbekanntes Arbeitsmedium wird bei konstantem Druck um die (kleine) Temperaturdifferenz ΔT erwärmt und vergrößert sein Volumen dabei um ΔV . Dann wird es bei konstanter Temperatur unter Zufuhr der kleinen Wärmemenge ΔQ expandiert. Wie stark sinkt dabei der Druck?
- c) Nutzen Sie die aus der freien Energie hergeleitete Maxwell-Relation, um die in der Vorlesung angegebene, aber nicht bewiesene Relation

$$C_p - C_V = TV \frac{\alpha^2}{\kappa_T}$$

zu zeigen.

Hinweise: Sie benötigen ebenfalls alle der angegebenen Rechenregeln für partielle Ableitungen. Starten Sie mit der, die $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V + \dots$ vervollständigt. Wenn sie eine andere Kombination von Response-Funktionen für $C_p - C_V$ erhalten haben, sind Sie schon fast am Ziel.

34. Zentrifuge

10 Punkte

In einem Zylinder rotiert ein Gasgemisch aus zwei einatomigen idealen Gasen, Atommassen m_1 und m_2 , bei Temperatur T mit der (konstanten) Winkelgeschwindigkeit ω . Betrachten sie die zwei Komponenten des Gemisches als unabhängige Systeme (warum geht das?) und verwenden Sie die barometrische Höhenformel, um das Konzentrationsgefälle in Abhängigkeit vom Abstand von der Drehachse zu berechnen. In der Mitte sei das Konzentrationsverhältnis vorgegeben.

Hinweis: die barometrische Höhenformel müssen Sie zuerst an den hier (im mitrotierenden System) vorliegenden Fall eines inhomogenen Scheinkraftfeldes anpassen.

35. Metallischer Kontakt

5 Punkte

Zwei Metalle gleicher Temperatur, aber unterschiedlicher interner chemischer Potentiale μ_A und μ_B ($< \mu_A$) ihrer (Leitungs-)Elektronen, werden in diffusiven Kontakt zueinander gebracht, d.h. die Metalle können Elektronen austauschen. Was passiert?