
Statistische Mechanik Blatt 9

Wintersemester 2010/11

Abgabe: *Freitag, 17. Dezember, bis 10 Uhr im grauen Kasten vor der Theorie.*

Internetseite: *www.thp.uni-koeln.de/~rk/statmech_ws10*

36. Adsorption mit chemischem Potential

5 Punkte

Wir kehren noch einmal zu Aufgabe 18 zurück, mit unserem aktuellem Wissen können wir die auf damals nötige Näherung verzichten: Auf einer Metalloberfläche sollen sich an M Gitterplätzen Fremdatome aus einem Gas anlagern können. Diese Gitterplätze sind jedoch nicht alle gleich; an M_1 ist die Bindungsenergie der Atome ϵ_1 (Plätze von Typ 1), an M_2 ist sie ϵ_2 (Plätze von Typ 2). Jeweils N_i der Atome seien an Plätzen von Typ i angelagert ($N_i \leq M_i$). Bestimmen Sie das Verhältnis der Besetzungsgrade b_1/b_2 in Abhängigkeit des chemischen Potentials.

Anmerkung: hier soll die Vorzeichenkonvention der Vorlesung gelten. Die innere Energie der angelagerten Atome soll $+\epsilon_1 N_1 + \epsilon_2 N_2$ sein, in Aufgabe 18 war das Vorzeichen umgekehrt.

37. Entropische Kraft

4+5+2+2+2 Punkte

Ein Proteinfaden, bestehend aus N Aminosäuren der Länge 1, sei bei Temperatur T an einem Endpunkt fixiert. Das andere Ende bewegt sich frei, allerdings zieht dort eine externe Zugkraft F in x -Richtung. Zur Vereinfachung gehen wir davon aus, dass die Aminosäuren Positionen auf einem zweidimensionalen Gitter aus Quadraten annehmen und dass sie sich überschneiden dürfen.

- a) Wenn man die Aminosäuren von einem zum anderen Ende abläuft, so macht man insgesamt k Schritte in positive x -Richtung, l Schritte in negative x -Richtung und m Schritte in positive sowie negative y -Richtung. Konfigurationen mit vorgegebenem k , m und l bilden einen Makrozustand. Bestimmen Sie seine freie Enthalpie.

Anmerkung: die Verbindungsglieder sollen keine Verformungsenergie haben, d.h. alle Konfigurationen haben identische interne Energie.

- b) Um die fest vorgegebene Länge N zu erreichen, muss offenbar $k + l + 2m = N$ gelten. Bestimmen Sie den Zustand mit unter dieser Nebenbedingung minimaler freien Enthalpie.

Hinweis: spätestens hier sollte man die üblichen Näherungen für große Fakultäten anwenden, der Ansatz gilt sowieso nur für große N .

- c) Bestimmen Sie die Auslenkung $L := k - l$ als Funktion der Kraft.
- d) Nähern Sie das Ergebnis für kleine Kräfte ($F \ll k_B T$) und bestimmen Sie die Federkonstante.
- e) Wie sieht das Ergebnis für große Kräfte aus?

38. Osmose

6+4 Punkte

In einem Kolben befindet sich eine semipermeable Membran, die ihn in zwei Teile mit Volumina V_L und V_R aufteilt. Auf beiden Seiten befindet sich ein Gemisch aus zwei idealen Gasen A und B ; die Membran ist nur für Moleküle des Gases A durchlässig. Links der Membran sollen sich zu Anfang $N_{L,A}$ Moleküle von Gas A befinden, rechts davon $N_{R,A}$; entsprechend $N_{L,B}$ bzw. $N_{R,B}$ Moleküle von Gas B .

- a) Welche Verteilung der Moleküle wird sich im Gleichgewicht einstellen? Welche Druckdifferenz herrscht an der Membran?
- b) Nun wird die Befestigung der Membran gelöst; sie kann sich frei nach links und rechts bewegen, Moleküle von B kommen aber immer noch nicht vorbei. Was ist nun der Gleichgewichtszustand?

39. Clausius-Clapeyron-Gleichung

5+5 Punkte

Wassereis hat in etwa $9/10$ der Dichte von flüssigem Wasser ($1\text{g}/\text{cm}^3$). Die Schmelzwärme beträgt ca. 333 J/g .

- a) Bei 100 kPa (1 bar) ist der Schmelzpunkt von Wassereis bekanntlich bei ca. 273 K . Um wieviel muss man den Druck steigern, um den Schmelzpunkt um 1 K abzusenken?
- b) Schätzen Sie den Druck ab, den ein Schlittschuhläufer auf das Eis ausübt. Reicht er aus, um das Eis lokal zu schmelzen? Wie sieht es mit Schlitten- und Skifahrern aus?